Vecteur normal à une droite, équation de droites et cercles - Correction

Exercice 01 :

On considère le point A$(0\ ;\ 5)$ et le vecteur $\vec{n}(-1\,;4)$

1. Déterminer une équation de la droite *d* passant par A et ayant pour vecteur normal $\vec{n}$

Soit M$(x\ ;\ y)$ un point du plan. M appartient à la droite *d* passant par A et ayant pour vecteur normal $\vec{n}(-1\,;4)$ si, et seulement si, $\overrightarrow{\mathrm{AM}}.\vec{n}\ =\ 0$

$\overrightarrow{\mathrm{AM}}(x\,;y-5)$, donc : $\overrightarrow{\mathrm{AM}}.\vec{n} = x \text{ X } (-1) + (y-5) \text{ X } 4 = -x + 4y - 20 = \frac{1}{4}x + y - 5$

Une équation de la droite *d* est donc :

$$\frac{1}{4}x + y - 5 = 0$$

2. Déterminer une équation de la droite *d'* passant par A et ayant pour vecteur directeur $\vec{n}$

Soit M$(x\ ;\ y)$ un point du plan. M appartient à la droite *d* passant par A et ayant pour vecteur directeur $\vec{n}(-1\,;4)$ si, et seulement si, $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ et $\vec{n}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{\mathrm{AM}}(x\,;y-5)$ et $\vec{n}(-1\ ;\ 4)$, sont colinéaires si et seulement si,

$x \text{ X } 4 - (y-5) \text{ X } (-1) = 0 \Leftrightarrow 4x + y - 5 = 0$

Une équation de la droite *d'* est donc : $4x + y - 5 = 0$

3. Donner les équations réduites de ces deux droites.

Les équations réduites des deux droites : *d* : $y = -\frac{1}{4}x + 5$ $\ d' : y = -4x + 5$

Exercice 02 :

Soit le cercle d'équation $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 4 = 0$

1. Trouver son centre et son rayon. Tracer le cercle.

On cherche le centre et le rayon du cercle C d'équation $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 4 = 0$. On utilise la forme canonique des trinômes du second degré :

$x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4$ et $y^2 - 8y = (y-4)^2 - 16$

L'équation du cercle peut s'écrire :

$(x+2)^2 - 4 + (y-4)^2 - 16 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$

On reconnait l'équation du cercle de centre A$(-2\ ;\ 4)$ et de rayon 4.

2. Etudier l'intersection de C et de l'axe des ordonnées.

On cherche les points du cercle ayant abscisse 0 ; on résout donc l'équation :

$y^2 - 8y + 4 = 0$

On calcule le discriminant :

$\Delta = 48,\ y_1 = \dfrac{8 - 4\sqrt{3}}{2} = 4 - 2\sqrt{3},\ y_2 = \dfrac{8 + 4\sqrt{3}}{2} = 4 + 2\sqrt{3}$

Le cercle coupe l'axe des ordonnées en deux points : $\mathrm{E}\left(0\ ;\ 4 - 2\sqrt{3}\right), \mathrm{F}(0\ ;\ 4 + 2\sqrt{3})$

3. Etudier l'intersection de C et de l'axe des abscisses.

On cherche les points du cercle ayant pour ordonnée 0 ; on résout donc l'équation $x^2 + 4x + 4 = 0$ soit encore $(x+2)^2 = 0$. Cette équation a une seule solution : - 2

Le cercle coupe l'axe des abscisses en un seul point : R $(-2\ ;\ 0)$

4. Etudier l'intersection de C et de la droite (OA), $\mathrm{A}(-2\ ;\ 4)$

$\mathrm{A}(-2\ ;\ 4)$, donc une équation de la droite (OA) est $y = -2x$

On résout le système :

$$\begin{cases} y = -x \\ x^2 + y^2 + 4x - 8y + 4 = 0 \end{cases}$$

En reportant la valeur de y dans la deuxième ligne, on obtient :

$x^2 + (2x) + 4x - 8(2x) + 4 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 + 20x + 4 = 0$

$\Delta = 320, x_1 = \dfrac{-20 - 8\sqrt{5}}{10} = -2 - \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ et , $x_2 = \dfrac{-20 + 8\sqrt{5}}{10} = -2 + \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

Le cercle coupe la droite (OA) aux points :

$\mathrm{M}\left(-2 - \dfrac{4\sqrt{5}}{5}\ ; 4 + \dfrac{8\sqrt{5}}{5}\right)$ et $\mathrm{N}(-2 + \dfrac{4\sqrt{5}}{5}\ ;\ 4 - \dfrac{8\sqrt{5}}{5})$

PassEducation

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Vecteurs - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- Equation de droites et cercles - Vecteur normal à une droite - Première - Exercices

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Equation cartésienne d'une droite - PDF à imprimer
- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Produit scalaire - PDF à imprimer
- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Vecteurs colinéaires - PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Vecteurs

- Cours Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Vecteurs