

Exercice 01 :

Lors d'une animation dans un magasin, on distribue 500 enveloppes contenant des bons d'achat.

Une enveloppe contient un bon d'achat de 100 euros, neuf enveloppes contiennent un bon d'achat de 50 euros, vingt enveloppes contiennent un bon d'achat de 20 euros, les autres enveloppes contiennent un bon d'achat de 10 euros.

Une personne reçoit une enveloppe.

Soit X la variable aléatoire égale à la valeur du bon d'achat.

1. Déterminer la loi de probabilité de X .

La variable aléatoire X prend les valeurs 10, 20, 50 et 100.

On détermine la loi de probabilité de X .

Une enveloppe sur 500 contient un bon d'achat de 100 euros, donc :

$$P(X = 100) = \frac{1}{500}$$

9 enveloppes contiennent un bon d'achat de 50 euros, donc :

$$P(X = 50) = \frac{9}{500}$$

20 enveloppes contiennent un bon d'achat de 20 euros, donc :

$$P(X = 20) = \frac{20}{500} = \frac{1}{25}$$

Il reste $500 - (1 + 9 + 20) = 470$ enveloppes. Donc :

$$P(X = 10) = \frac{470}{500} = \frac{47}{50}$$

On en déduit le tableau donnant la loi de probabilité de X :

x_i	10	20	50	100
$P(X = x_i) = P_i$	$\frac{470}{500}$	$\frac{20}{500}$	$\frac{9}{500}$	$\frac{1}{500}$

2. Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X .

L'espérance mathématique de la variable aléatoire X est donnée par la formule suivante :

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i P(X = x_i)$$

Application numérique :

$$E(X) = 10 \times \frac{470}{500} + 20 \times \frac{20}{500} + 50 \times \frac{9}{500} + 100 \times \frac{1}{500} = \frac{5\,650}{500}$$

$$E(X) = 11.3 \text{ euros}$$

Cela signifie que la valeur moyenne d'un bon d'achat est de 11.30 euros

La variance de X est donnée par la formule suivante :

$$V(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 P(X = x_i)$$

Application numérique :

$$V(X) = \frac{470}{500} \times (10 - 11.3)^2 + \frac{20}{500} \times (20 - 11.3)^2 + \frac{9}{500} \times (50 - 11.3)^2 + \frac{1}{500} \times (100 - 11.3)^2$$

$$V(X) = \frac{23\,655}{500} = 47.31$$

L'écart-type σ est donné par la formule suivante :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Application numérique :

$$\sigma(X) = \sqrt{47.31} \approx 6.88 \text{ euros}$$

Exercice 02 :

Une urne contient 3 boules jaunes, 2 boules vertes et 1 boule bleue, indiscernables au toucher.

Le jeu consiste à tirer une boule de l'urne.

On marque 10 points si la boule est bleue, 1 point si la boule est verte, -2 points si elle est jaune.

Soit X la variable aléatoire égale aux points marqués par un joueur après un tirage.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.

Chaque boule a la même probabilité d'être tirée.

La probabilité de tirer une boule bleue est $\frac{1}{6}$, celle de tirer une boule verte est $\frac{2}{6}$ et celle de tirer une jaune est $\frac{3}{6}$

La variable aléatoire X prend les valeurs : -2, 1 et 10.

X = -2 si la boule est jaune

X = 1 si la boule est verte.

X = 10 si la boule est bleue.

On en déduit le tableau donnant la loi de probabilité P de X :

x_i	-2	1	10	Total
$P(X = x_i) = P_i$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	1

2. Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

L'espérance mathématique de la variable aléatoire X est donnée par la formule suivante :

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i P(X = x_i) = -2 \times \frac{3}{10} + 1 \times \frac{2}{10} + 10 \times \frac{1}{10} = 1$$

Cela signifie que la valeur moyenne de la variable aléatoire X est 1 point.

La variance de X est donnée par la formule suivante :

$$V(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 P(X = x_i) = \frac{3}{10} \times (-2 - 1)^2 + \frac{2}{10} \times (1 - 1)^2 + \frac{1}{10} \times (10 - 1)^2 = 18$$

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Probabilités Variable aléatoire - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Variable aléatoire - Première - Exercices corrigés](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Probabilités Echantillonnage - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Probabilités Modélisation expérience aléatoire - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Probabilités Répétition expériences identiques et indépendantes - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Première - 1ère Mathématiques : Probabilités Variable aléatoire

- [Cours Première - 1ère Mathématiques : Probabilités Variable aléatoire](#)