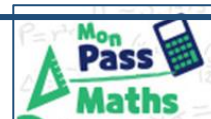


Définition, construction et propriétés de la rotation



Je révise mon brevet pas à pas.



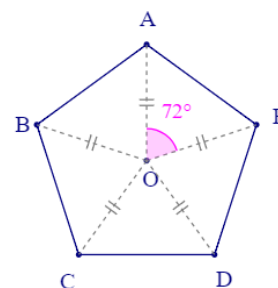
Correction

Prérequis : Notions de géométrie

- La **somme des angles d'un triangle est de 180°** .
Un triangle isocèle a ses deux angles à la base égaux ; un triangle équilatéral a ses trois angles égaux à 60° .

- **Polygone régulier** : un polygone régulier à n côtés est constitué de n triangles isocèles égaux et a n angles au centre de $\frac{360}{n}^\circ$.

*ABCDE est un pentagone régulier (5 côtés) :
Il est constitué de 5 triangles isocèles égaux ; ses angles au centre mesurent $\frac{360}{5} = 72^\circ$.*



Reconnaître et définir une rotation.

Méthode pour reconnaître et définir une rotation.

La rotation est une **transformation géométrique**, comme la symétrie axiale, la symétrie centrale ou la translation.

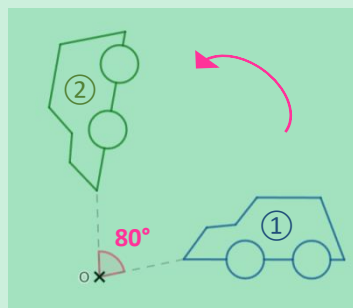
Transformer une figure par **rotation**, c'est la faire **tourner autour d'un point**.

Pour définir une rotation, il faut :

- ① repérer **le centre** : c'est le point autour duquel on tourne ;
- ② définir **l'angle**, en degrés ;
- ③ identifier **le sens** : → « **direct** », dans le **sens inverse** aux aiguilles d'une montre
→ « **indirect** », donc dans le sens horaire.

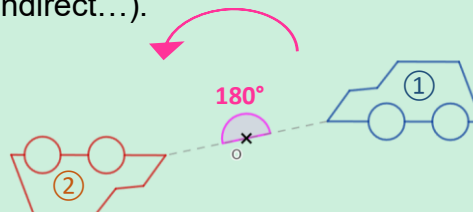
Exemple :

La figure 2 est l'image de la figure 1 par la rotation de centre O et d'angle 80° dans le sens direct.



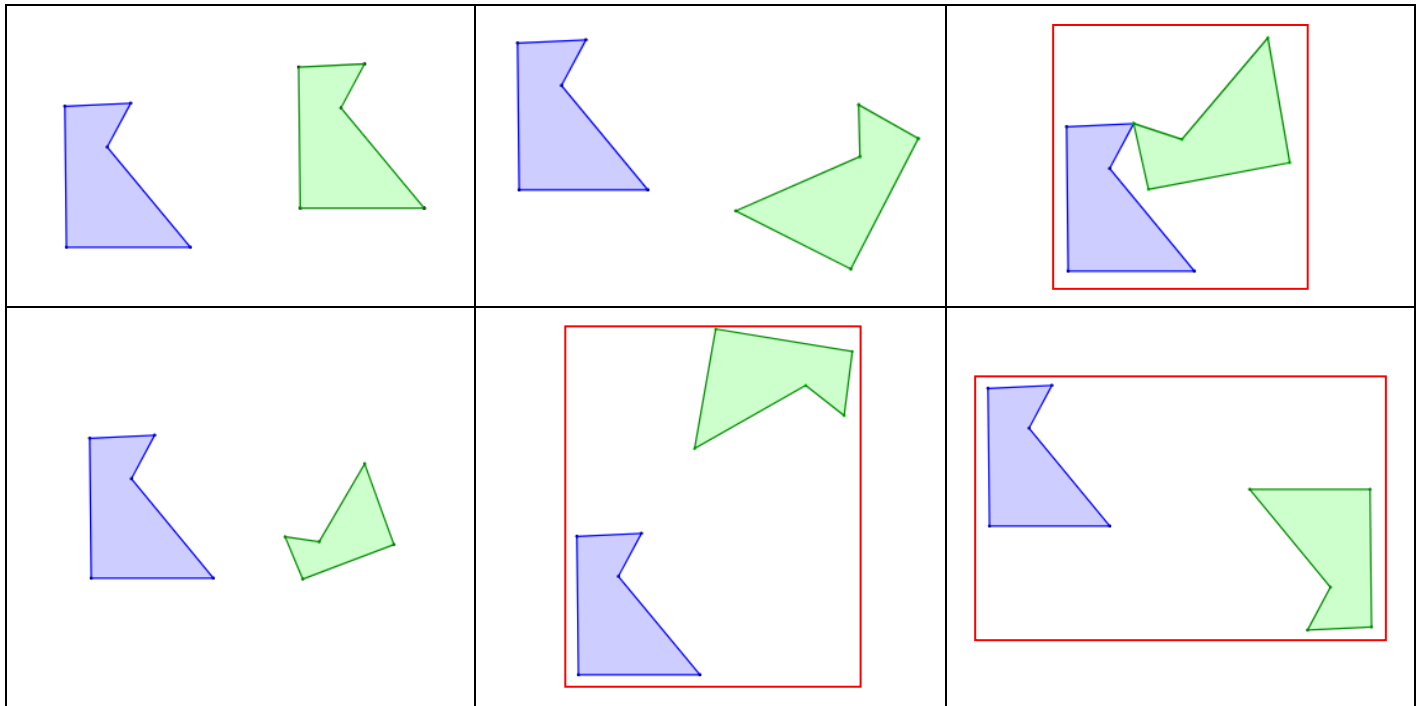
Remarque :

une **symétrie centrale** est une rotation particulière, **d'angle 180°** (sens direct ou indirect...).

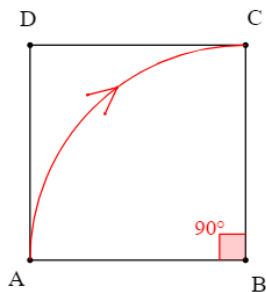




Entoure le(s) cas que tu identifies comme une rotation entre les deux figures :

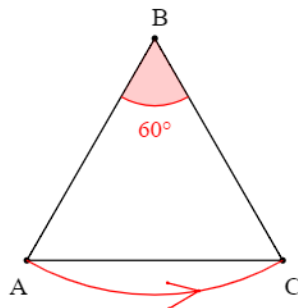


Dans chaque cas, indique les caractéristiques (angle et sens) de la rotation de centre B qui transforme A en C :



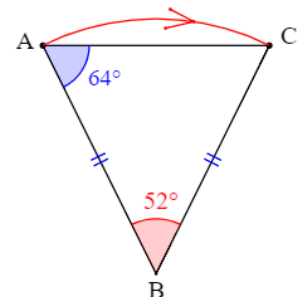
ABCD est un carré

C est l'image de A par la rotation de centre B et d'angle 90° dans le sens indirect (ou sens horaire).



ABC est un triangle équilatéral

Un triangle équilatéral a ses 3 angles égaux à $180 \div 3 = 60^\circ$.
C est l'image de A par la rotation de centre B et d'angle 60° dans le sens direct (ou anti-horaire).



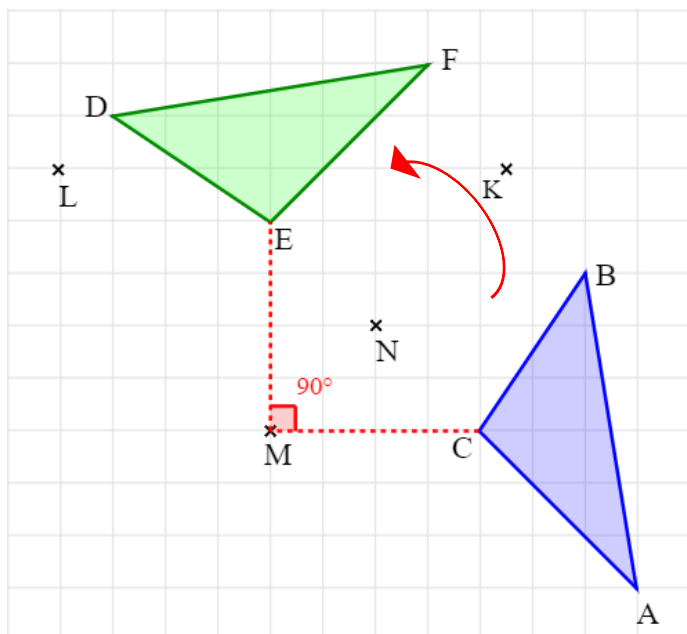
$AB = BC$ donc ABC est isocèle en B, donc :

$$\widehat{BAC} = \widehat{BCA} = 64^\circ$$

$$\text{et } \widehat{ABC} = 180 - 2 \times 64 = 52^\circ$$

C est l'image de A par la rotation de centre B et d'angle 52° dans le sens indirect (ou horaire).

✓ Le triangle vert est l'image du triangle bleu par une rotation ; donne les 3 éléments caractéristiques qui définissent cette rotation.



Il s'agit de la rotation :

- de centre M,
- d'angle 90° ,
- dans le sens direct (ou sens anti-horaire)

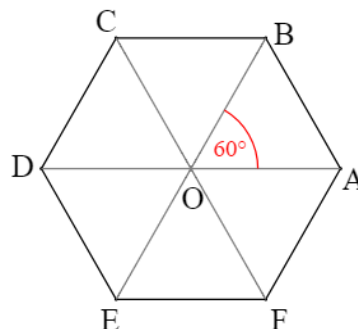
✓ 1. ABCDEF est un hexagone régulier.

a. Quelle est la mesure des angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, ... ?

Ces angles au centre mesurent tous $360 \div 6 = 60^\circ$.

b. Que dire des triangles AOB, BOC, ... et de leurs angles ?

Ce sont des triangles isocèles, avec un angle de 60° . Ce sont donc des triangles équilatéraux, tous leurs angles mesurent 60° .



2. On considère la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens direct.

Quelle est l'image :

du point A ? Le point B.

du triangle OBC ? Le triangle OCD.

du point E ? Le point F.

du losange OCDE ? Le losange ODEF.

3. On considère la rotation de centre B et d'angle 60° dans le sens indirect.

Quelle est l'image :

du point A ? Le point O.

du triangle AOF ? Le triangle OCD.

du point O ? Le point C.

du losange BAFO ? Le losange BODC.

4. Complète :

L'image de F par la rotation de centre O et d'angle 120° dans le sens indirect est D.

L'image de B par la rotation de centre C et d'angle 60° dans le sens horaire/indirect est O.
(ou centre A d'angle 60° dans le sens direct)

A a pour image D par la rotation de centre O et d'angle 180° (symétrie centrale)

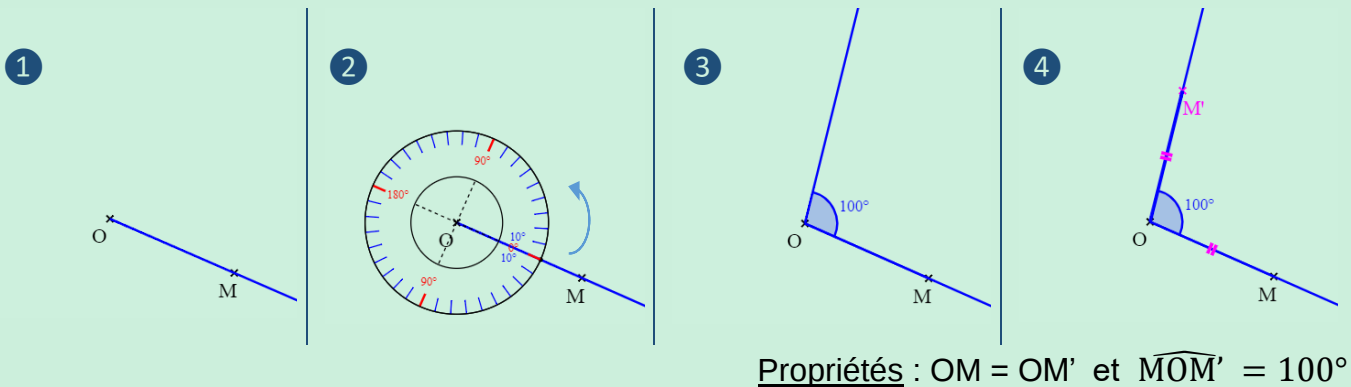
Construire l'image d'une figure par rotation.

Méthode pour construire l'image d'une figure par rotation.

→ On construit **l'image de chaque point** caractéristique de la figure.

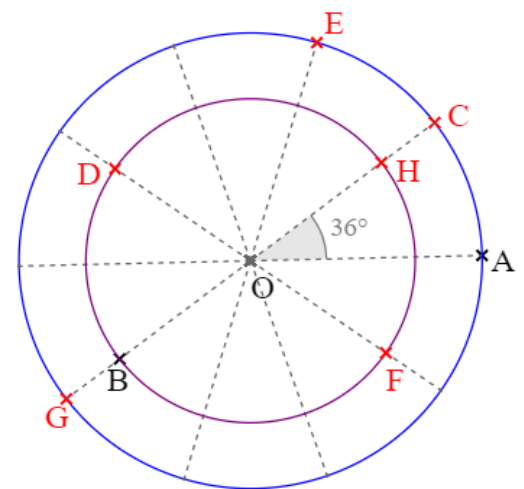
Méthode pour construire l'image d'un point M par la rotation de centre O et d'angle 100° dans le sens direct :

- ① On trace la demi-droite [OM) ;
- ② On place le rapporteur pour construire un angle de sommet O et de premier côté [OM) dans le sens direct ;
- ③ On trace la demi-droite correspondant à la mesure de l'angle de 100° ;
- ④ Sur cette seconde demi-droite, on reporte (à la règle ou au compas) la longueur OM à partir de O.



✓ Sur la figure ci-contre, les cercles de centre O sont partagés en portions de 36° , on considère des rotations de centre O. Place les points :

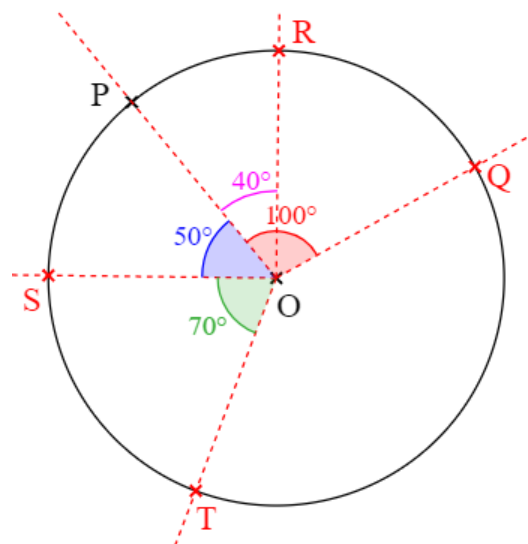
	image de...	par la rotation d'angle...	dans le sens...
C	A	36°	direct
D	B	72°	indirect
E	A	72°	direct
F	B	108°	direct
G	A	144°	indirect
H	B	180°	





1. A partir du cercle ci-contre, construis :

- le point Q, image de P par la rotation de centre O et d'angle 100° dans le sens horaire ;
- le point R, image de P par la rotation de centre O et d'angle 40° dans le sens horaire ;
- le point S, image de P par la rotation de centre O et d'angle 50° dans le sens anti-horaire ;
- le point T, image de S par la rotation de centre O et d'angle 70° dans le sens anti-horaire.



2. Précise quelle rotation permet de transformer :

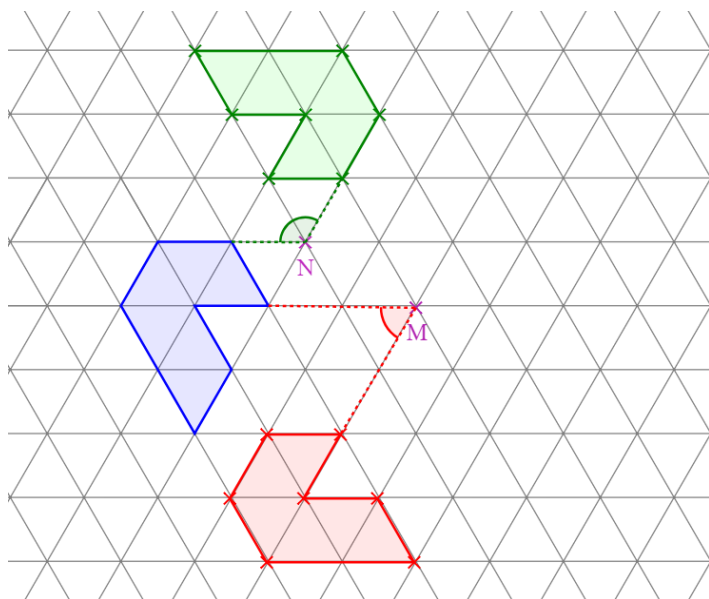
Q en R ? C'est la rotation de centre O et d'angle 60° ($100 - 40$) dans le sens anti-horaire.

P en T ? C'est la rotation de centre O et d'angle 120° ($50 + 70$) dans le sens anti-horaire.

Q en T ? C'est la rotation de centre O et d'angle 220° ($100 + 50 + 70$) dans le sens anti-horaire, ou 140° ($360 - 220$) dans le sens horaire.



Sur la figure ci-contre, dont le quadrillage est constitué de triangles équilatéraux, construis :



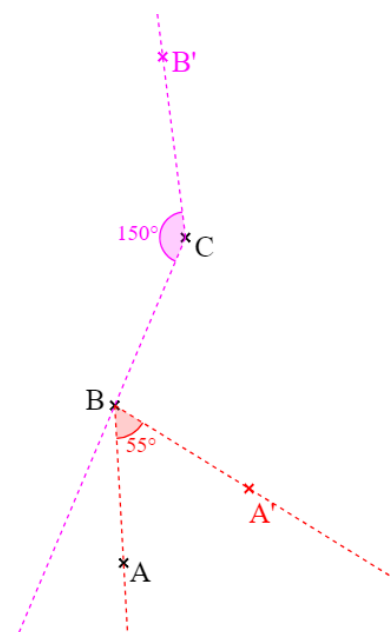
- en rouge l'image de la figure bleue par la rotation de centre M et d'angle 60° dans le sens direct ;

- en vert l'image de la figure bleue par la rotation de centre N et d'angle 120° dans le sens indirect.



Sur la figure ci-contre, construis :

- A' image de A par la rotation de centre B et d'angle 55° dans le sens direct
- B' image de B par la rotation de centre C et d'angle 150° dans le sens indirect.



Méthode pour utiliser les propriétés de la rotation.

Propriétés :

- Une figure et son image par une rotation sont **isométriques** : elles sont superposables.
- Une rotation **conserve** donc les **longueurs**, les **milieux**, les mesures d'**angles**, l'**alignement**, les **périmètres** et les **aires**.

Conséquences :

- ① En associant un élément et son image, on peut **déterminer ses caractéristiques** (mesure, aire, ...)
- ② Pour **vérifier la précision** de sa construction, on peut comparer la figure initiale et son image : *ont-elles les mêmes longueurs, les mêmes mesures d'angles, ... ?*
- ③ Construction : à partir de l'image de **seulement quelques points** on peut compléter l'image d'une figure en réalisant une figure de mêmes longueurs, mêmes angles, ...

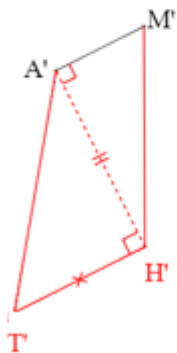
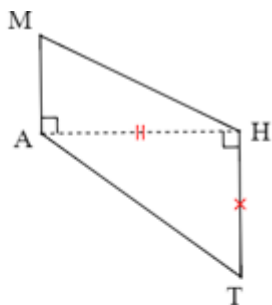
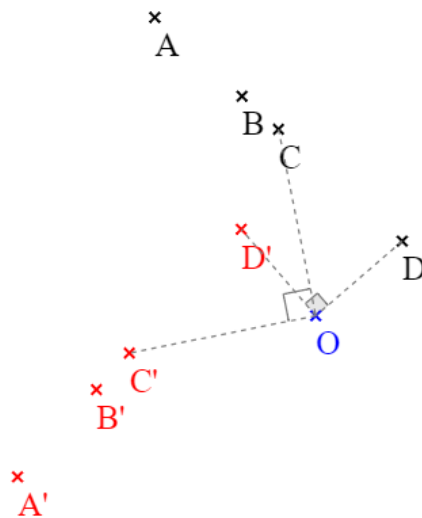
✓ 1. Construis A' , B' , C' et D' les images respectives de A , B , C et D par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

2. A , B , C et D sont alignés ; que dire de leurs images ?
Vérifie sur ta construction.

A' , B' , C' et D' sont également alignés ; la rotation conserve l'alignement.

3. Le point C est le milieu de $[AD]$; que dire du point C' ?
Vérifie sur ta construction.

C' est le milieu de $[A'D']$: la rotation conserve les milieux.



✓ Maé doit construire l'image d'un quadrilatère $MATH$ par une rotation. Il ne retrouve plus l'énoncé qui lui donnerait les éléments caractéristiques de cette rotation, il ne lui reste que cette feuille déchirée de son cahier où il a commencé son travail.

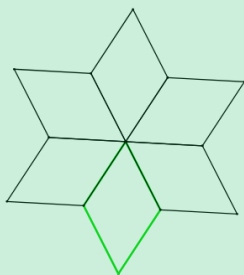
En prenant seulement des mesures sur la figure initiale, peux-tu terminer sa construction ?

On reproduit une figure analogue, avec les mêmes angles droits et les mêmes longueurs.

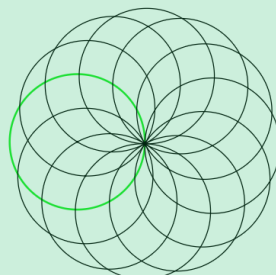
Notion de rosace.

Une **rosace** est constituée d'un **motif** reproduit plusieurs fois par rotation.

Exemples :



Motif losange,
répété 6 fois par rotation de 60° .



Motif cercle,
répété 12 fois par rotation de 30° .



Questions de brevet.

1. Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

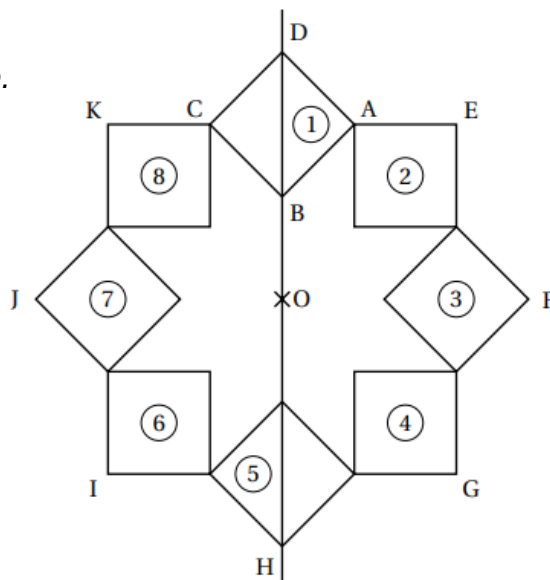
On a construit un carré ABCD.

On a construit le point O sur la droite (DB), à l'extérieur du segment [DB] et tel que : $OB = AB$.

Le point H est le symétrique de D par rapport à O.

On a obtenu la figure ci-contre en utilisant plusieurs fois la même rotation de centre O et d'angle 45° .

La figure obtenue est symétrique par rapport à l'axe (DB) et par rapport au point O.



a. Comment s'appelle une telle figure, obtenue en utilisant plusieurs fois une même rotation ?

Il s'agit d'une rosace.

b. Donner deux carrés différents, images l'un de l'autre par la symétrie axiale d'axe (DB).

Les carrés ⑧ et ②, les carrés ⑥ et ④, les carrés ⑦ et ③ sont symétriques par rapport à (DB).

c. Le carré ③ est-il l'image du carré ⑧ par la symétrie centrale de centre O ?

Les carrés ⑧ et ③ ne sont pas symétriques par rapport à O (il ne s'agit pas d'un demi-tour autour de O).

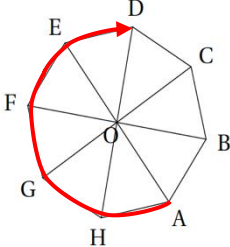
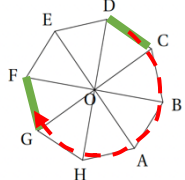
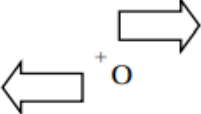
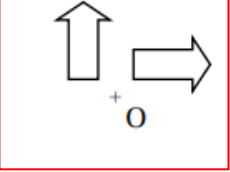
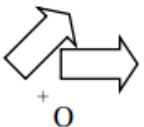
d. On considère la rotation de centre O qui transforme le carré ① en le carré ②. Quelle est l'image du carré ⑧ par cette rotation ?

Il s'agit de la rotation de centre O et d'angle 45° indirect ; l'image du carré ⑧ est le carré ①.

e. On considère la rotation de centre O qui transforme le carré ② en le carré ⑤. Préciser l'image du segment [EF] par cette rotation.

Il s'agit de la rotation de centre O et d'angle 135° indirect ; l'image de E est H et l'image de F est I, donc l'image de [EF] est le segment [HI].

2. QCM : pour chaque question, choisis la bonne proposition.

Sur l'octogone régulier ci-dessous, quelle est l'image du segment [DC] par la rotation de centre O qui transforme A en D ? 		[GF] 	
Sur quelle figure a-t-on représenté une flèche et son image par une rotation de centre O et d'angle 90° ?			

 Pour aller plus loin.

Sur le site de **Pass Education**, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

<u>Séquence complète</u>	 Rotation 
<u>Exercices type Brevet</u>	 Brevet 7   Brevet 10 

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une rotation - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Définition, construction et propriétés de la rotation - 3ème - Brevet des collèges avec Mon Pass Maths](#)

Découvrez d'autres exercices en : 3ème Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure

- [Rotation – 3ème – Exercices avec les corrigés](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une translation - PDF à imprimer](#)

- [Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformation par homothétie - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : 3ème Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure

- [Cours 3ème Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une rotation](#)

- [Evaluations 3ème Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une rotation](#)

- [Vidéos pédagogiques 3ème Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une rotation](#)

- [Vidéos interactives 3ème Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une rotation](#)

- [Séquence / Fiche de prep 3ème Mathématiques : Géométrie Les transformations du plan Transformer une figure par une rotation](#)