Synthèse sur le théorème de Pythagore et la trigonométrie

Exercices

Correction

❶* **Complète les phrases avec « le théorème de Pythagore », « la réciproque du théorème de Pythagore », « la contraposée du théorème de Pythagore » et « la trigonométrie ». Il peut y avoir plusieurs réponses.**

Pour utiliser le théorème de Pythagore et la trigonométrie, il faut se placer dans un triangle rectangle.
Pour démontrer qu'un triangle est rectangle (ou non) on utilise la réciproque ou la contraposée du théorème de Pythagore.
Pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle en connaissant les deux autres côtés, il faut utiliser le théorème de Pythagore. En revanche, si on connaît la mesure que d'un côté et la mesure d'un angle, on utilise la trigonométrie. Seule la trigonométrie nous permet de retrouver la mesure d'un angle.

❷* **Sans justifier, trouve quel est le rapport trigonométrique (sin, cos ou tan) le plus adapté :**
1. Un triangle QSD est rectangle en Q, on connaît les longueurs QS et DQ. On cherche l'angle $\hat{S}$.

Nous connaissons les longueurs des deux côtés de l'angle droit, on doit donc utiliser la tangente.

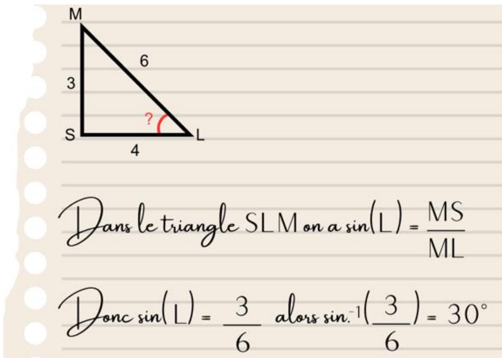
2. Un triangle YUI est rectangle en Y, on connaît la longueur YU et la mesure de l'angle $\hat{U}$. On cherche la longueur de l'hypoténuse UI.

Nous connaissons la longueur du côté adjacent à l'angle et l'hypoténuse : on doit donc utiliser le cosinus.

3. On veut savoir si le triangle FOP est rectangle, on connaît la longueur FO et l'angle $\hat{O}$.

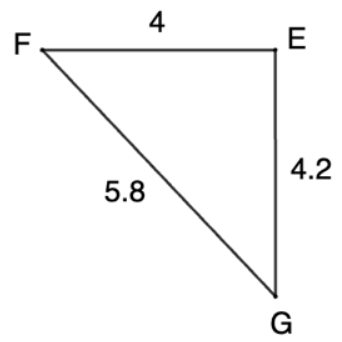
On ne peut pas utiliser la trigonométrie car elle ne permet pas de démontrer qu'un triangle est rectangle.

❸* **Voici l'exercice de Paul, pourquoi sa réponse est-elle fausse ?**



Dans le triangle SML, nous avons d'une part $ML^2 = 6^2 = 36$ et d'autre part $MS^2 + SL^2 = \ 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.
Nous avons $ML^2 \neq SM^2 + SL^2$ avec [ML] le plus grand côté.
D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle SML n'est pas rectangle.
La réponse est fausse car le triangle SML n'est pas rectangle : il est donc impossible d'utiliser la trigonométrie.

4 Démontre que le triangle FEG est rectangle et retrouve la mesure de l'angle $\widehat{G}$.**



Étape 1 : Nous avons d'une part, $FG^2 = 5,8^2 = 33,64$.

Nous avons d'autre part, $FE^2 + EG^2 = 4^2 + 4,2^2 = 33,64$.

On a donc : $FG^2 = FE^2 + EG^2$,

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

le triangle FEG est rectangle en E.

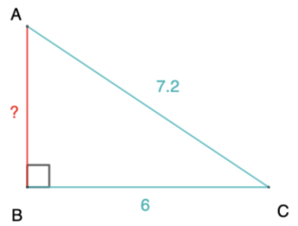
Étape 2 : Le triangle FEG est rectangle E et les trois longueurs sont connues, nous pouvons donc choisir n'importe quelle formule trigonométrique pour calculer l'angle $\widehat{G}$:

$$\cos(\widehat{G}) = \frac{EG}{FG} = \frac{4,2}{5,8}$$
$$\cos^{-1}\left(\frac{4,2}{5,8}\right) \approx 43,6°$$

$$\sin(\widehat{G}) = \frac{FE}{FG} = \frac{4}{5,8}$$
$$\sin^{-1}\left(\frac{4}{5,8}\right) \approx 43,6°$$

$$\tan(\widehat{G}) = \frac{FE}{EG} = \frac{4}{4,2}$$
$$\tan^{-1}\left(\frac{4}{4,2}\right) \approx 43,6°$$

5 Calcule la longueur AB dans chaque cas de figure. Arrondis les résultats au dixième et vérifie que tu obtiens bien la même valeur à chaque fois.**



Le triangle ABC est rectangle en B et on connaît $AC = 7,2$ et $BC = 6$.

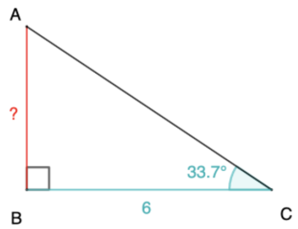
Alors nous pouvons utiliser l'égalité de Pythagore :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'où, $AB^2 = AC^2 - BC^2$,

$AB^2 = 7,2^2 - 6^2 = 15,84$

Donc : $AB = \sqrt{15,84} \approx 4$.



Dans le triangle ABC, rectangle en B, on connaît $BC = 6$ et $\widehat{C} = 33,7°$.

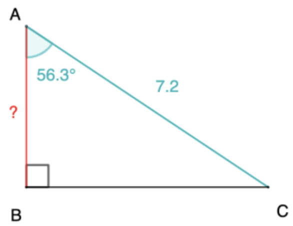
Alors nous pouvons utiliser le rapport trigonométrique :

$\tan(\widehat{C}) = \frac{AB}{BC}$

D'où, $AB = \tan(\widehat{C}) \times BC$

$AB = \tan(33,7) \times 6 \approx 4$

Donc : $AB \approx 4$.



Dans le triangle ABC, rectangle en B, on connaît $AC = 7,2$ et $\widehat{A} = 56,3°$.

Alors nous pouvons utiliser le rapport trigonométrique :

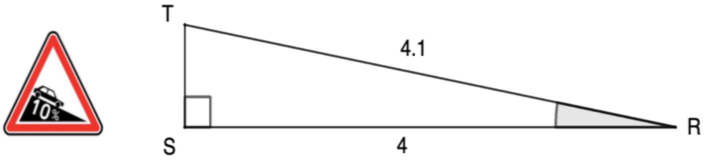
$\cos(\widehat{A}) = \frac{AB}{AC}$

D'où, $AB = \cos(\widehat{A}) \times AC$

$AB = \cos(56,3) \times 7,2 \approx 4$

Donc : $AB \approx 4$.

❻** **Des géomètres veulent calculer la pente d'une route de 4,1 km, notée (RT), dont voici le schéma. Pour que cette pente ne soit pas considérée comme dangereuse pour les automobilistes il faut que l'angle fasse moins de 10°. Nous considérons la verticale (ST) et l'horizontal (SR) perpendiculaires.**



1. Calcul l'angle $\widehat{R}$ de cette pente et déduis-en si la route est dangereuse.

Dans le triangle RST, rectangle en S, nous savons que $RT = 4{,}1$ km et $RS = 4$ km. Nous pouvons utiliser le rapport trigonométrique suivant : $\cos(\widehat{R}) = \frac{SR}{RT} = \frac{4}{4{,}1}$ d'où $\cos^{-1}\left(\frac{4}{4{,}1}\right) \approx 12{,}7°$. La route est donc considérée comme dangereuse.

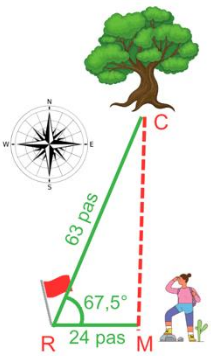
2. Afin d'envisager des travaux d'excavation, les géomètres veulent connaître la longueur maximale du segment [ST] pour que cette route ne soit pas considérée comme dangereuse, c'est-à-dire que l'angle mesure $\widehat{R}$ au maximum 10°. La longueur RS sera conservée, mais la longueur RT variera en fonction de ST. Calcule cette longueur ST.

Dans le triangle RST, rectangle en S, nous savons que $RT = 4{,}1$ km, $RS = 4$ km. Pour calculer la valeur limite de ST, on doit trouver sa valeur pour $\widehat{R} = 10°$.

Nous pouvons utiliser le rapport trigonométrique suivant : $\tan(\widehat{R}) = \frac{ST}{SR}$ d'où

$ST = \tan(\widehat{R}) \times SR = \tan(10) \times 4 \approx 0{,}7$ km.

❼** **Lors d'une course d'orientation, Marie, notée M, se situe à 24 pas à l'est du point de repère, noté R. Elle doit aller au grand chêne, noté C, qui se situe sur l'axe nord-nord-est (67,5° par rapport à l'axe est-ouest) depuis le point de repère. La boussole de Marie indique que le chêne est situé plein nord par rapport à sa position. L'axe nord-sud et l'axe est-ouest sont perpendiculaires. Calcule, grâce à deux méthodes distinctes, le nombre de pas (au pas près) que Marie doit faire pour atteindre le chêne.**



Comme le chêne est situé plein nord par rapport à Marie, on sait que [MC] est perpendiculaire à l'axe est-ouest, et donc au segment [RM]. Donc le triangle RMC est rectangle en M.

Solution 1 : Trigonométrie.

Dans le triangle RMC rectangle M, nous connaissons RC = 63, RM = 24 et $\widehat{R} = 67{,}5°$. Nous pouvons donc utiliser la relation trigonométrique telle que :

$\sin(\widehat{R}) = \frac{CM}{RC}$ d'où $CM = \sin(\widehat{R}) \times RC = \sin(67{,}5) \times 63 \approx 58$ pas.

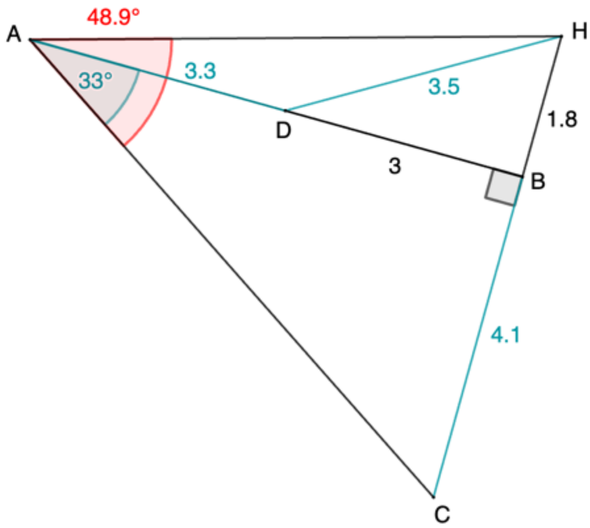
ou $\tan(\widehat{R}) = \frac{CM}{RM}$ d'où $CM = \tan(\widehat{R}) \times RM = \tan(67{,}5) \times 24 \approx 58$ pas.

Solution 2 : Pythagore.

Dans le triangle RMC, rectangle M, nous pouvons donc utiliser l'égalité de Pythagore telle que :

$\mathrm{RC}^2 = \mathrm{RM}^2 + \mathrm{CM}^2$soit $\mathrm{CM}^2 = \mathrm{RC}^2 - \mathrm{RM}^2 = 63^2 - 24^2 = 3393$ d'où $\mathrm{RC} = \sqrt{3393} \approx 58$ pas.

❽* Retrouve la mesure de l'angle $\widehat{HAC}$. Tous les résultats devront être arrondis au dixième de centimètre avant d'être utilisés dans d'autres calculs.**



- Dans le triangle ABC, rectangle en B, on connaît $\mathrm{BC} = 4{,}1$ cm et $\widehat{\mathrm{BAC}} = 33°$. Alors nous pouvons utiliser le rapport trigonométrique : $\tan(\widehat{\mathrm{A}}) = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}$. D'où, $\mathrm{AB} = \frac{\mathrm{BC}}{\tan(\widehat{\mathrm{BAC}})} = \frac{4{,}1}{\tan(33)} \approx 6{,}3$ cm.

- Dans le triangle ABC, $\mathrm{AB} = 6{,}3$ cm et $\mathrm{AD} = 3{,}3$ cm donc $\mathrm{DB} = 6{,}3 - 3{,}3 = 3$ cm.

- Le triangle DBH est rectangle en B et on connaît $\mathrm{DB} = 3$ cm et $\mathrm{DH} = 3{,}5$ cm. Alors nous pouvons utiliser l'égalité de Pythagore : $\mathrm{DH}^2 = \mathrm{DB}^2 + \mathrm{BH}^2$. D'où, $\mathrm{BH}^2 = \mathrm{DH}^2 - \mathrm{DB}^2 = 3{,}5^2 - 3^2 = 3{,}25$.

Donc : $\mathrm{BH} = \sqrt{3{,}25} \approx 1{,}8$ cm.

- Le triangle ABH est rectangle en B et on connaît $\mathrm{AB} = 6{,}3$ cm et $\mathrm{BH} = 1{,}8$ cm. Alors nous pouvons utiliser le rapport trigonométrique : $\tan(\widehat{\mathrm{HAB}}) = \frac{\mathrm{BH}}{\mathrm{AB}} = \frac{1{,}8}{6{,}3}$. D'où, $\widehat{\mathrm{HAB}} = \tan^{-1}\left(\frac{1{,}8}{6{,}3}\right) \approx 15{,}9°$.

- L'angle $\widehat{\mathrm{HAC}} = \widehat{\mathrm{HAB}} + \widehat{\mathrm{BAC}} = 15{,}9 + 33 = 48{,}9°$.

PassEducation

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythagore et sa réciproque - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- Synthèse sur le théorème de Pythagore et la trigonométrie – 3ème – Exercices avec les corrigés

Découvrez d'autres exercices en : 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythago

- Réciproque et contraposée du théorème de Pythagore – 3ème – Exercices avec les corrigés

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Le triangle - PDF à imprimer
- Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Thalès et sa réciproque - PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythagore et sa r

- Cours 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythagore et sa réciproque
- Evaluations 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythagore et sa réciproque
- Séquence / Fiche de prep 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythagore et sa réciproque
- Cartes mentales 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythagore et sa réciproque