

Suites arithmétiques - Correction

Exercice 01 : Raison d'une suite arithmétique.

Soit u_n une suite arithmétique telle que pour un certain n ;

$$u_0 = 11 ; u_n = 433 ; u_0 + u_1 + \dots + u_n = 47064$$

Déterminer le nombre entier n et la raison de la suite.

On sait que, pour tout naturel n :

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = (n+1) \frac{u_0 + u_n}{2} = (n+1) \frac{11 + 433}{2} = 222(n+1)$$

$$\text{D'où : } 222(n+1) = 47064 ; n = \frac{47064 - 222}{222} = 211 \quad n = 211$$

$$\text{Or, pour tout naturel } n, u_n = u_0 + nr ; r = \frac{u_n - u_0}{n} = \frac{433 - 11}{211} \quad r = 2$$

Exercice 02 : Calcul des termes d'une suite arithmétique

Déterminer les termes réels u_0, u_1, u_2, u_3 d'une suite arithmétique, sachant que leur somme est 20 et la somme de leur carré est 120. Aide : on pose : $u_0 = a - \frac{3r}{2}$, $u_1 = a - \frac{r}{2}$, $u_2 = a + \frac{r}{2}$, $u_3 = a + \frac{3r}{2}$.

$$\text{on a : } u_0 = a - \frac{3r}{2}, u_1 = a - \frac{r}{2}, u_2 = a + \frac{r}{2}, u_3 = a + \frac{3r}{2}.$$

D'où :

$$\begin{cases} u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 4a = 20 \\ u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = \left(a - \frac{3r}{2}\right)^2 + \left(a - \frac{r}{2}\right)^2 + \left(a + \frac{r}{2}\right)^2 + \left(a + \frac{3r}{2}\right)^2 = 120 \end{cases}$$

$$\text{Donc : } \begin{cases} a = 5 \\ 4a^2 + 5r^2 = 120 \end{cases}$$

On obtient : $r^2 = 4$, donc $r = \pm 2$.

Pour $r = 2$, $u_0 = 2$, $u_1 = 4$, $u_2 = 6$, $u_3 = 8$

Pour $r = -2$, $u_0 = 8$, $u_1 = 6$, $u_2 = 4$, $u_3 = 2$

Exercice 03 : En économie

a. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 9x - 4140$

1. Calculer $f(60)$.

$$f(60) = 60^2 + 9 \times 60 - 4140 = 0$$

2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ et en déduire le signe de $f(x)$ en fonction de x .

$x^2 + 9x - 4140$ est un polynôme de la forme $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, x_1 et x_2 étant les racines de f .

$$f(x) = x^2 + 9x - 4140 = (x - 60)(x - x_2)$$

Considérons le terme constant des deux nombres :

$$-4140 = (-60)(-x_2); \quad x_2 = -\frac{4140}{60} = -69$$

Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont $\{-69; 60\}$

Si $x \in]-\infty; -69[\cup]60; +\infty[; f(x)$ est strictement positive.

Si $x = -69$ ou $x = 60; f(x)$ nulle.

Si $x \in]-69; 60; f(x)$ est strictement négative.

b. On dispose d'une subvention de 82800 € pour atteindre dans un désert une nappe d'eau souterraine. Le coût du forage est fixé à 200 € pour le premier mètre creusé, 240 € pour le deuxième, 280 € pour le troisième et ainsi de suite en augmentant de 40 € par mètre creusé.

On note u_n le coût en euros du n -ième mètre creusé. (n , entier naturel).

1. Déterminer u_5 . Préciser la nature de suite (u_n) et exprimer u_n en fonction de n .

$$u_1 = 200$$

$$u_2 = 200 + 40 = 240$$

$$u_3 = 240 + 40 = 280$$

$$u_4 = 280 + 40 = 320$$

$$u_5 = 320 + 40 = 360$$

Pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + 40$

Donc la suite (u_n) est suite arithmétique de raison 40 et de premier terme $u_1 = 200$.

$$u_n = u_1 + (n - 1) \times 40 = 200 + (n - 1) \times 40 = 200 + 40n - 40$$

$$u_n = 40n + 160$$

2. Pour tout entier non nul n , on désigne par S_n le coût total en euros du forage d'un puits de n mètres. Montrer que le coût total du forage d'un puits de n mètres est $20n^2 + 180$.

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$$

$$S_n = \frac{n(200 + 40n + 160)}{2} = \frac{n}{2}(40n + 360)$$

$$S_n = 20n^2 + 180$$

3. A l'aide de la question a., indiquer la profondeur maximale du forage que l'on peut réaliser.

Soit n le nombre de mètres qu'il sera possible de creuser avec une subvention de 82 800 euros. L'entier naturel n doit vérifier :

$$S_n \leq 82800 \quad ; \quad 20n^2 + 180 \leq 82800 \quad ; \quad 20n^2 + 180 - 82800 \leq 0$$

$$\text{On divise par 20 : } n^2 + 9 - 4140 \leq 0$$

D'après l'étude des signes faite au a. , les entiers solution sont les entiers compris entre 1 et 60.

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Les suites Suites arithmétiques - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Suites arithmétiques - Première - Exercices corrigés](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Les suites Génération d'une suite numérique - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Les suites Limite d'une suite - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Les suites Sens de variation d'une suite - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Les suites Suites géométriques - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Première - 1ère Mathématiques : Les suites Suites arithmétiques

- [Cours Première - 1ère Mathématiques : Les suites Suites arithmétiques](#)