

## Suites majorées et suites minorées - Correction

### Exercice 01 : Suites bornées

Soit  $u$  et  $v$  deux suites telles que  $u$  est croissante et  $v$  est décroissante et, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n < v_n$ .

1. Montrer que les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont bornées. En déduire qu'elles convergent.

$(u_n)$  est croissante, donc  $u_0 \leq u_1 \leq \dots \leq u_n$

$(v_n)$  est décroissante, donc  $v_n \leq v_{n-1} \leq \dots \leq v_0$

et  $u_n < v_n$ , donc  $u_0 \leq u_1 \leq \dots \leq u_n < v_n \leq v_{n-1} \leq \dots \leq v_0$

On déduit que  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont bornées par  $u_0$  et  $v_0$ .

$(u_n)$  et  $(v_n)$  sont bornées et monotones, donc elles convergent.

2. On suppose que  $\lim(v_n - u_n) = 0$ . En déduire que  $(u_n)$  et  $(v_n)$  ont la même limite.

On suppose que  $\lim(u_n) = l$  et  $\lim(v_n) = l'$ ,  $\lim(v_n - u_n) = 0$  entraîne que  $l - l' = 0$ .

Donc  $(u_n)$  et  $(v_n)$  ont la même limite.

### Exercice 02 : Démonstrations

Soit  $u$  une suite définie pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_n = \frac{5}{n+3}$

Démontrer que  $(u_n)$  est bornée.

Pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n + 3 \geq 3$ , donc  $\frac{1}{n+3} \leq \frac{1}{3}$  (car  $n + 3 > 0$  et  $3 > 0$ )

Donc  $\frac{5}{n+3} \leq \frac{5}{3}$ , soit  $u_n \leq \frac{5}{3}$ , donc  $(u_n)$  est majorée par  $\frac{5}{3}$

D'autre part, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n + 3 > 0$ , donc  $\frac{1}{n+3} > 0$

Donc  $\frac{5}{n+3} > 0$ , soit  $u_n > 0$ , donc  $(u_n)$  est minorée par 0

On en déduit que pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}$ ,  $0 < u_n \leq \frac{5}{3}$ , donc  $(u_n)$  est bornée.

### Exercice 03 : Définitions

Soit  $u$  une suite définie pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}$ .

1. Rappeler les définitions suivantes :

a. La suite  $(u_n)$  est minorée.

La suite  $(u_n)$  est minorée si, et seulement si, il existe un réel  $m$  tel que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n \geq m$ .

b. La suite  $(u_n)$  est majorée.

La suite  $(u_n)$  est majorée si, et seulement si, il existe un réel  $M$  tel que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n \leq M$ .

c. La suite  $(u_n)$  est croissante.

La suite  $(u_n)$  est croissante si, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n \leq u_{n+1}$ .

d. La suite  $(u_n)$  est décroissante.

La suite  $(u_n)$  est décroissante si, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n \geq u_{n+1}$ .

e. La suite  $(u_n)$  tend vers  $+\infty$ .

La suite  $(u_n)$  tend vers  $+\infty$  si tout intervalle de la forme  $]A ; +\infty[$  contient toutes les valeurs de la suite à partir d'un certain rang.

2. Démontrer que toute suite croissante non majorée tend vers l'infini.

Soit  $(u_n)$  une suite non majorée, donc, pour tout réel  $M$ , il existe  $n_0 \in \mathbb{N}$ , tel que  $u_{n_0} > M$  et  $(u_n)$  est croissante, donc si  $n \geq n_0$ ,  $u_n \geq u_{n_0} > M$  et tout intervalle ouvert de la forme  $]M ; +\infty[$  contient toutes les valeurs de la suite à partir du rang  $n_0$  : la suite  $(u_n)$  tend vers l'infini.

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Suite majorée minorée - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Majorées, minorées - Terminale - Exercices sur les suites](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Limite d'une suite - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Sens de variation d'une suite - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Suite récurrente - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Suites géométriques - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Terminale Mathématiques : Les suites Suite majorée minorée

- [Cours Terminale Mathématiques : Les suites Suite majorée minorée](#)