Définir et construire la section d'un solide

Je révise mon brevet pas à pas.

Correction

Prérequis :

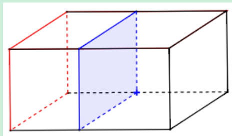
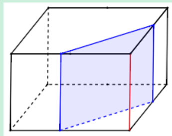
- Connaître les **solides usuels** étudiés au collège : cube, pavé, prisme, cylindre, pyramide, cône, sphère et boule, et savoir calculer leurs **volumes**.
- Utiliser le théorème de **Pythagore** et la **trigonométrie** pour calculer une longueur dans un triangle rectangle.

Définir la nature de la section d'un solide.

Connaître la nature de la section d'un solide.

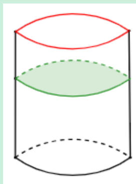
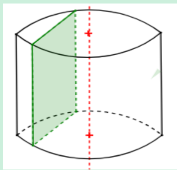
Lorsque l'**on coupe** un solide par un plan, la surface de coupe obtenue s'appelle la **section**. Dans de nombreuses situations, on connaît la nature de cette section :

① La **section d'un pavé** par un plan parallèle à une face ou à une arête est **un rectangle.**

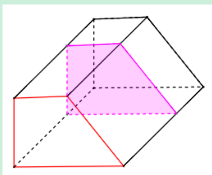
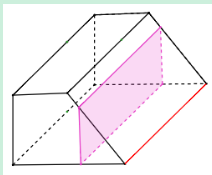
② La **section d'un cylindre** par :

- un plan parallèle à sa base est **un disque** (identique à la base) ;
- un plan parallèle à sa hauteur est **un rectangle.**

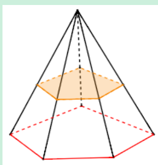
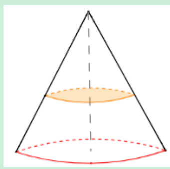



③ La **section d'un prisme** par :

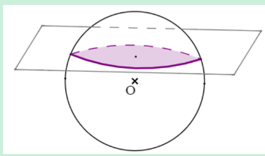
- un plan parallèle à sa base est **un polygone** identique à sa base.
- un plan parallèle à sa hauteur est **un rectangle.**

④ La **section d'une pyramide / d'un cône** par un plan parallèle à la base est **une réduction de la base**.

⑤La **section d'une sphère** par un plan est **un disque**.



Remarque : attention, la perspective cavalière ne conserve pas certains angles et certaines longueurs, les sections peuvent être déformées.

Complète la nature des sections suivantes :

La section d'un pavé par un plan parallèle à une face ou une arête est un rectangle.

La section d'un cylindre par un plan parallèle à sa base est un disque.

La section d'un prisme par un plan parallèle à sa hauteur est un rectangle.

La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de la base.

La section d'une sphère par un plan est un disque.

Cet exercice est un QCM. Pour chaque ligne, choisis la/les bonnes réponses :

Ma section par un plan est un rectangle ; je peux être :	un cube	un cylindre	un prisme	une pyramide
Ma section par un plan est un hexagone ; je peux être :	un prisme	un pavé	une pyramide	un cylindre
Ma section par un plan est un disque ; je peux être :	un prisme	une sphère	un cône	un cylindre

Tracer la section d'un solide.

Méthode pour tracer la section d'un solide en perspective.

① Il faut connaître la nature de cette section : disque, rectangle, polygone, etc.

La perspective cavalière **conserve le parallélisme** :

② Il faut utiliser **des parallèles** pour construire une section :

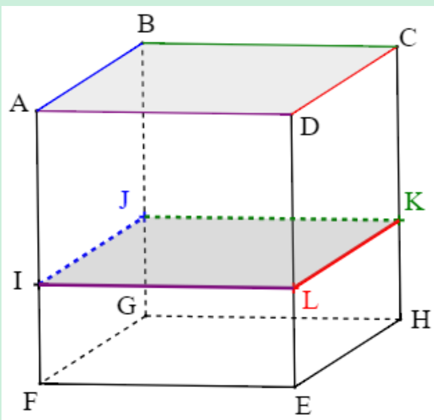
- le plan de section étant défini comme parallèle à un élément du solide ;
- les côtés opposés d'une section rectangulaire étant parallèles.

Exemple : traçons la section de ce pavé ABCDEFGH par un plan parallèle à la face ABCD, passant par I.

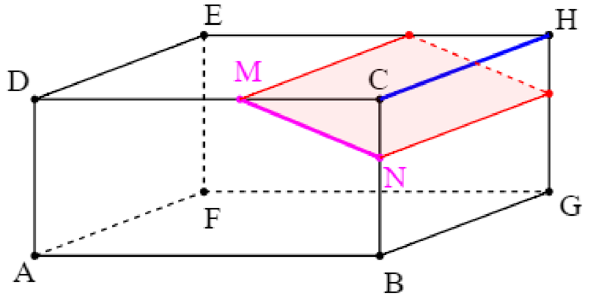
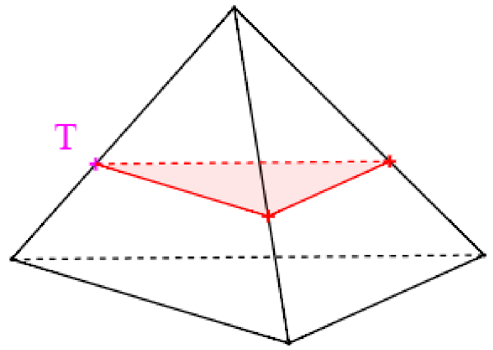
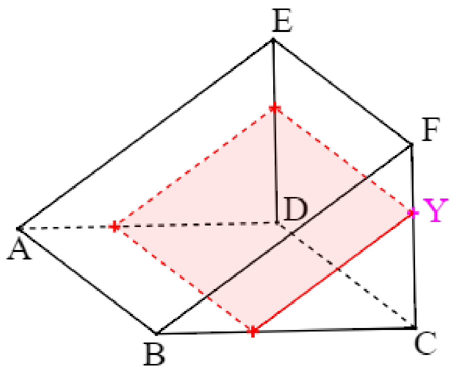
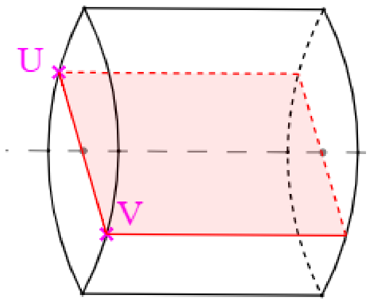
→ On sait qu'il s'agit d'un rectangle.

On trace l'arête [IJ] telle que (IJ) // (AB) ; l'arête [JK] telle que (JK) // (BC) ; l'arête [KL] telle que (KL) // (CD) ; on a aussi (IL) // (AD).

On respecte les règles de la perspective cavalière, en utilisant des **pointillés** pour les arêtes cachées.



Dans chaque cas, complète le dessin de la section plane et indique si possible sa nature:

Section parallèle à l'arête [CH], passant par M et N. 	Section parallèle à la base, passant par T : 
Il s'agit d'un rectangle.	Il s'agit d'un triangle (réduction de la base).
Section parallèle à la face ABFE, passant par le point Y : 	Section parallèle à l'axe du cylindre, passant par U et V : 
Il s'agit d'un rectangle.	Il s'agit d'un rectangle.

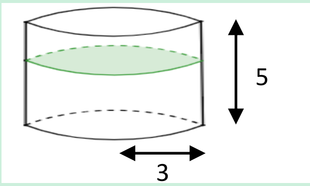
Méthode pour utiliser les vraies dimensions de la section d'un solide.

Dans un exercice, on peut te demander les dimensions de la section, ou tu peux en avoir besoin pour tracer cette section en vraie grandeur.

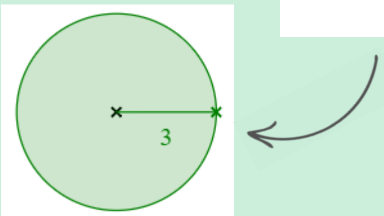
On distingue **3 situations** :

Cas ① : On utilise directement **les dimensions du solide initial**.

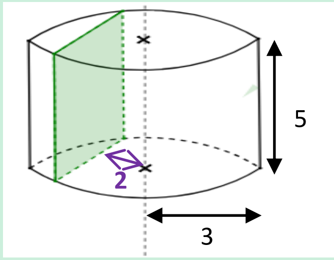
Exemple : On considère un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 5 cm.
On le sectionne selon un plan parallèle à sa base.



→ Sa section est un disque identique à la base, soit un disque de rayon 3 cm.



Cas ② : On construit une/des face(s) du solide initial en vraie dimension, et **on mesure** la/les dimension(s) dont on a besoin dessus.



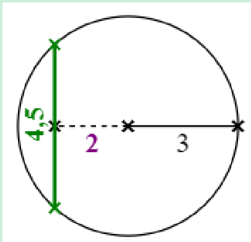
Exemple : Un cylindre de hauteur 5 cm dont le rayon de base est 3 cm a été sectionné parallèlement à sa hauteur, à 2 cm de son centre.

→ Sa section est un rectangle.

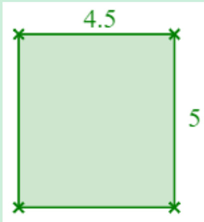
→ Sa longueur coïncide avec la hauteur du cylindre, soit 5 cm.

→ Pour étudier sa largeur, représentons la base en vraie dimension :

On mesure 4,5 cm

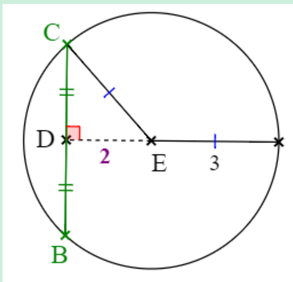


→ On trace le rectangle de longueur 5 cm et largeur 4,5 cm.



Cas ③ : On calcule la/les dimension(s) dont on a besoin à partir des dimensions du solide initial, avec le **théorème de Pythagore** ou la **trigonométrie**.

Exemple : dans la situation précédente, le triangle CDE est rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore :



$\mathrm{CE}^2 = \mathrm{CD}^2 + \mathrm{DE}^2$

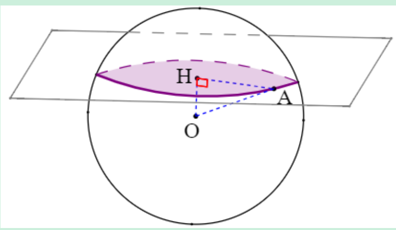
$3^2 = \mathrm{CD}^2 + 2^2$

$9 = \mathrm{CD}^2 + 4 \quad \text{donc} \quad \mathrm{CD}^2 = 9 - 4 = 5$

$\mathrm{CD} = \sqrt{5}$ (valeur exacte) $\approx 2{,}24$ (valeur approchée)

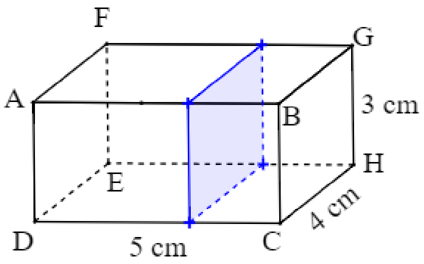
Donc la largeur du rectangle de section est : $\mathrm{CB} = 2\sqrt{5} \approx 4{,}48$ cm.

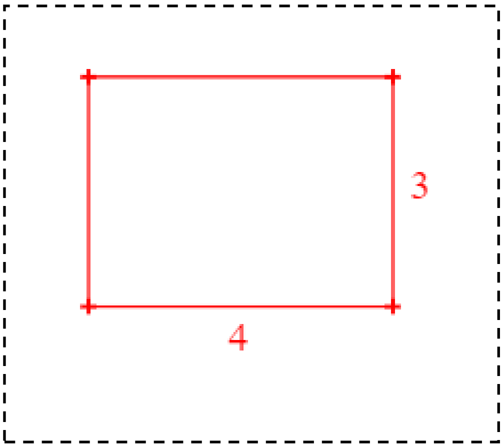
➢ Remarque :



La section d'une sphère par un plan forme un **angle droit** :
Le triangle AHO est donc un **triangle rectangle**, dans lequel on peut utiliser le théorème de Pythagore, ou la trigonométrie.

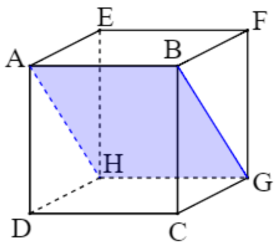
On considère un pavé droit de dimensions 3 cm, 4 cm et 5 cm. On le sectionne par un plan parallèle à la face BGHC. Dessine en vraie grandeur la section obtenue.





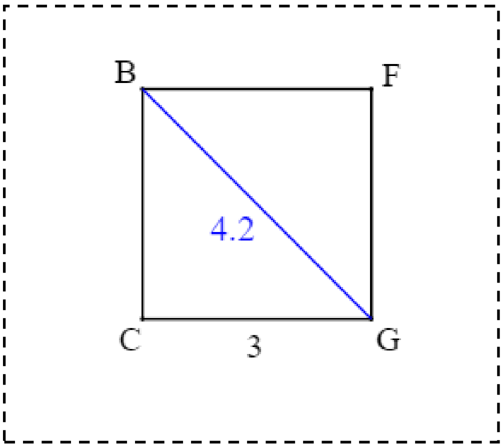
Il s'agit d'un rectangle dont les dimensions sont les mêmes que la face BGHC, donc 3 cm et 4 cm.

On sectionne un cube de côté 3 cm comme sur la figure ci-contre.



1. Quelle est la nature de la section ? C'est un rectangle.

2. Dessine la face BFGC en vraie dimension.



3. Représente le segment [BG] et mesure sa longueur.

On mesure BG ≈ 4,2 cm.

4. Calcule la valeur exacte de BG puis vérifie que la valeur approchée est cohérente avec ta mesure de la question 3.

Le triangle BGC est rectangle en C car la face BFGC est un carré.

D'après le théorème de Pythagore : $BG^2 = BC^2 + CG^2$

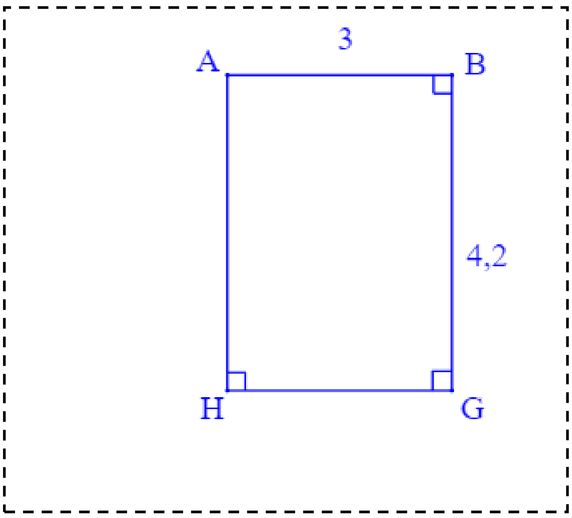
$BG^2 = 3^2 + 3^2$

$BG^2 = 9 + 9 = 18$

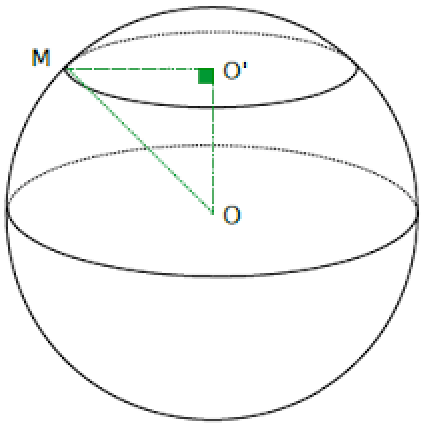
$BG = \sqrt{18}$ (valeur exacte)

$\approx 4{,}24$ (valeur approchée, cohérente avec la mesure)

5. Représente la section en vraie dimension.



On sectionne une sphère de centre O et de rayon 16 cm par un plan, à une hauteur OO' = 10 cm.



Détermine le rayon O'M du disque de section, donne la valeur approchée au dixième de centimètre près.

OO'M est rectangle en O',

d'après le théorème de Pythagore, on a :

$\mathbf{OM^2 = OO'^2 + O'M^2}$

([OM] est un rayon de la sphère, donc OM = 16 cm)

$\mathbf{16^2 = 10^2 + O'M^2}$

$\mathbf{256 = 100 + O'M^2 \quad donc \quad O'M^2 = 256 - 100 = 156}$

$\mathbf{O'M = \sqrt{156} \approx 12,5\ cm}$

Utiliser les propriétés des sections de pyramides et cônes.

Méthode pour utiliser les propriétés d'agrandissement réduction des sections de pyramides et cônes

La section **d'une pyramide / d'un cône** par un plan parallèle à la base est **une réduction de la base** et cela forme **une réduction de la pyramide / du cône**.

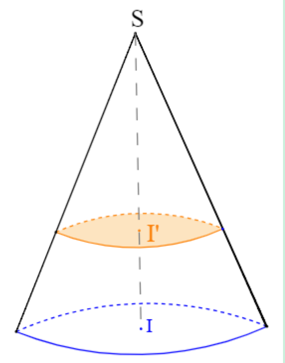
Etape ① : Je détermine le **coefficient de réduction** $\boldsymbol{k = \frac{nouvelle\ longueur}{ancienne\ longueur}}$

Etape ② : J'utilise la propriété :

> Lors d'une réduction, toutes les longueurs sont multipliées par $\boldsymbol{k}$,
> les aires sont multipliées par $\boldsymbol{k^2}$ et les volumes par $\boldsymbol{k^3}$.

Exemple : On sectionne un cône par un plan parallèle à la base.
On donne les hauteurs SI = 9 cm et SI' = 6 cm.

A est l'aire du disque de base de centre I ; *A* = 180 cm².
A' est l'aire du disque de base de centre I'.
V est le volume du grand cône, de hauteur SI ; *V* = 540 cm³.
V ' est le volume du petit cône, de hauteur SI'.



→ *Il y a réduction du cône.*

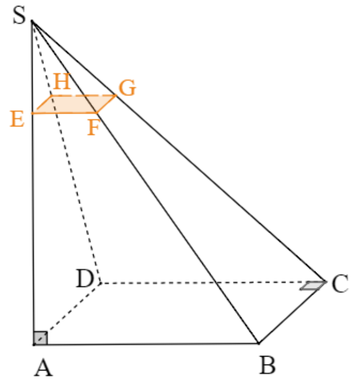
- Le coefficient de réduction est : $\frac{\mathrm{SI'}}{\mathrm{SI}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
- Si les longueurs sont multipliées par $\frac{2}{3}$, les aires sont multipliées par $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ et les volumes sont multipliés par $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.

Donc $A' = A \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 180 \times \frac{4}{9} = 80\ \mathrm{cm}^2$ et $V\ ' = V \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 540 \times \frac{8}{27} = 160\ \mathrm{cm}^3$

Cet exercice est un QCM. Pour chaque ligne, choisis la bonne réponse :

Un cône de hauteur 30 cm subit une réduction ; sa nouvelle hauteur est 3 cm. Son rayon est divisé par :	3	30	10	100
Un disque a une aire de 100 cm², son rayon est alors divisé par 5 ; l'aire du disque réduit est :	4 cm²	5 cm²	20 cm²	25 cm²
Une pyramide de volume 32 cm^3 subit une réduction, ses longueurs sont divisées par 2 ; le volume de la pyramide réduite est :	2 cm^3	4 cm^3	8 cm^3	16 cm^3

Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide à base rectangulaire de hauteur [SA] telle que AB = 12 cm, BC = 10 cm et SA = 15 cm.



1. Calcule le volume de la pyramide SABCD.

$V_{SABCD} = \frac{B \times h}{3} = \frac{12 \times 10 \times 15}{3} = 600 \text{ cm}^3$

2. EFGH est la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base et telle que SE = 3 cm.

Détermine le volume de la pyramide SEFGH.

SEFGH est une réduction de SABCD et e coefficient de réduction est :

$\frac{SE}{SA} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

Si les longueurs sont multipliées par $\frac{1}{5}$,

les volumes sont multipliés par $\left(\frac{1}{5}\right)^3$.

$\text{V}_{\text{SEFGH}} = \text{V}_{\text{SABCD}} \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 600 \times \frac{1}{125} = 4{,}8 \text{ cm}^3$.

ou

Toutes les longueurs sont multipliées par $\frac{1}{5}$,

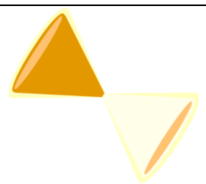
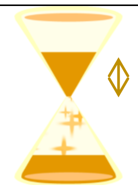
on a : $\text{EF} = \text{AB} \times \frac{1}{5} = 12 \times \frac{1}{5} = 2{,}4 \text{ cm}$;

$\text{FG} = \text{BC} \times \frac{1}{5} = 10 \times \frac{1}{5} = 2 \text{ cm}$

$V_{SEFGH} = \frac{B \times h}{3} = \frac{2{,}4 \times 2 \times 3}{3} = 4{,}8 \text{ cm}^3$

Gary joue à un quiz. Quand son tour commence, un sablier plein est retourné, ce qui correspond aux 3 minutes dont il dispose pour répondre à un maximum de questions. En cours de partie, il jette un coup d'œil au sablier et remarque qu'il reste encore du sable à mi-hauteur ; il se dit : « il me reste encore la moitié du temps, c'est sûr je vais gagner ! ».

Que penses-tu de son affirmation ?

 Début de la manche	 Sablier plein = 3 min	 Reste à mi-hauteur

Le sable restant correspond à une section de cône, donc une réduction de coefficient $\frac{1}{2}$;

donc le volume est de $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Il ne lui reste qu' $\frac{1}{8}$ du temps, soit 22,5 s.

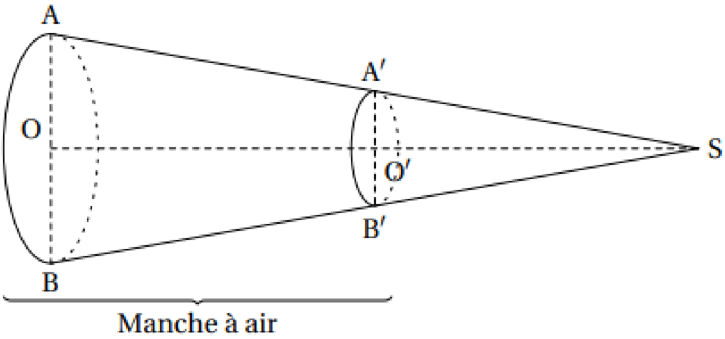
$3 \text{ min} = 3 \times 60 = 180\ s$; $180 \times \frac{1}{8} = 22{,}5\ s$

Pas sûr qu'il gagne (surtout s'il y a des questions de maths…).

Questions de brevet.

Sur l'altiport (aérodrome d'altitude) de la station de ski se trouve une manche à air qui permet de vérifier la direction et la puissance du vent.

Cette manche à air à la forme d'un tronc de cône de révolution obtenu à partir d'un cône auquel on enlève la partie supérieure, après section par un plan parallèle à la base.



On donne :

AB = 60 cm, A′B ′ = 30 cm, BB′ = 240 cm.
O est le centre du disque de la base du grand cône de sommet S.
O′ milieu de [OS], est le centre de la section de ce cône par un plan parallèle à la base.
B′ appartient à la génératrice [SB] et A′ appartient à la génératrice [SA].

1. Démontrer que la longueur SB est égale à 480 cm.

Le petit cône est une réduction du grand cône de coefficient k.

Avec les rayons, on a : $k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$, donc :

$SB = 2 \times SB'$ et $SB' = BB' = 240\ cm.$

Par conséquent, $SB = 2 \times SB' = 2 \times 240 = 480\ cm.$

2. Calculer la longueur SO. On arrondira le résultat au centimètre.

Le triangle SOB est rectangle en O,

donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$SB^2 = SO^2 + OB^2$ Le rayon $OB = 60 \div 2 = 30\ cm.$

$480^2 = SO^2 + 30^2$

$230\,400 = SO^2 + 900$ donc $SO^2 = 230\,400 - 900 = 229\,500$

donc $SO = \sqrt{229\,500} \approx 479\ cm.$

3. Calculer le volume d'air qui se trouve dans la manche à air. On arrondira au centimètre cube, puis on donnera la valeur en litres, au litre près.

On rappelle les formules du volume d'un cône et l'aire d'un disque de rayon R :

$$V_{cône} = \frac{1}{3} \times aire\ de\ la\ base \times hauteur \quad et \quad A_{disque} = \pi \times R^2$$

Je commence par exprimer le volume du grand cône :

$$V_{grand\ cône} = 30^2 \times \pi \times \sqrt{229\,500}^{\,3} \approx 451\,505\ cm^3 .$$

Le petit cône est une réduction du grand cône de coefficient $\frac{1}{2}$, son volume est donc :

$$V_{petit\ cône} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times V_{grand\ cône} \approx 56\,438\ cm^3.$$

On en déduit le volume du manche à air :

$$V_{manche\ à\ air} = V_{grand\ cône} - V_{petit\ cône} \approx 451\,505 - 56\,438 \approx \mathbf{395\,067\ cm^3}.$$

Or 1L = 1dm^3 : $395\,067\ cm^3 = 395{,}067\ dm^3 \approx \mathbf{395\ L}$.

Pour aller plus loin.

Sur le site de Pass Education, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

Séquence complète	Section de solides
Exercices type Brevet	Brevet 10

PassEducation

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Solides et patrons - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- Définir et construire la section d'un solide - 3ème - Brevet des collèges avec Mon Pass Maths

Découvrez d'autres exercices en : 3ème Mathématiques : Géométrie Solides et patrons

- Sphère et boule : repérage - 3ème - Brevet des collèges avec Mon Pass Maths
- Les solides (Rappel) - 3ème - Exercices corrigés
- Sections de solides - 3ème - Exercices corrigés
- Sphère et boule: repérage - 3ème - Exercices corrigés
- Solides - Calcul d'aires et de volumes - 3ème - Exercices avec correction

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Agrandissement, réduction - PDF à imprimer
- Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Côté, sommet, angle - PDF à imprimer
- Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Polygones - PDF à imprimer
- Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès - PDF à imprimer
- Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Les triangles - PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : 3ème Mathématiques : Géométrie Solides et patrons

- Cours 3ème Mathématiques : Géométrie Solides et patrons
- Evaluations 3ème Mathématiques : Géométrie Solides et patrons
- Vidéos interactives 3ème Mathématiques : Géométrie Solides et patrons
- Séquence / Fiche de prep 3ème Mathématiques : Géométrie Solides et patrons