Résoudre une équation produit nul ou racine carrée

Je révise mon brevet pas à pas.

Mon Pass Maths

Correction

Prérequis : cours « Résoudre une équation ».

- Une **équation** en mathématiques est une égalité présentant une inconnue, souvent nommée x.
- On peut ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres d'une équation :
  - $ax + b = 0 \Rightarrow ax + b - b = 0 - b \Rightarrow ax = -b$
- On peut multiplier ou diviser les deux membres d'une équation par un même nombre non nul :
  - $ax = -b \Rightarrow \frac{ax}{a} = \frac{-b}{a}$

Résoudre une équation produit nul.

Méthode pour résoudre une équation de type produit nul A × B = 0

Etape ① : j'**identifie le type d'équation**, et si besoin, je factorise afin de me ramener à une équation produit nul de la forme $A \times B = 0$.

Etape ② : je **cite la propriété** : « **un produit de facteurs est nul si au moins l'un des deux facteurs est nul**. »

Etape ③ : je **résous** les 2 (ou plus) équations **séparément**.

<u>Exemple</u> : Résoudre $(5x - 2)(3x + 4) = 0$.

On identifie une équation produit nul, de la forme $A \times B = 0$

Or, un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul :

donc $5x - 2 = 0$ ou $3x + 4 = 0$

$5x = 2$ ou $3x = -4$

$x = \frac{2}{5}$ ou $x = -\frac{4}{3}$

Donc l'équation $(5x - 2)(3x + 4) = 0$ admet **2 solutions** : $x = -\frac{4}{3}$ et $x = \frac{2}{5}$.

Parmi les équations ci-dessous, identifie les équations de type produit nul et justifie ta réponse.

$\boxed{(x-1)(3x+1) = 0}$

C'est une équation produit nul car de la forme $A \times B = 0$

$(6x+7)(-2x+3) = 2$

Ce n'est pas une équation produit nul car le terme de droite n'est pas nul.

$\boxed{4x(-x+5) = 0}$

C'est une équation produit nul car de la forme $A \times B = 0$.

$(x+8)+(3-2x) = 0$

Ce n'est pas une équation produit nul car ce n'est pas un produit.

Résous les équations de type produit nul suivantes.

1. $(2x+1)(3x-4) = 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $2x+1 = 0$ ou $3x-4 = 0$

$2x = -1$ ou $3x = 4$

$x = -\frac{1}{2}$ ou $x = \frac{4}{3}$

Donc l'équation $(2x+1)(3x-4) = 0$ admet pour solutions $x = -\frac{1}{2}$ et $x = \frac{4}{3}$.

2. $(8x+6)(-2x+2) = 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $8x+6 = 0$ ou $-2x+2 = 0$

$8x = -6$ ou $-2x = -2$

$x = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$ ou $x = \frac{-2}{-2} = 1$

Donc l'équation $(8x+6)(-2x+2) = 0$ admet pour solutions $x = -\frac{3}{4}$ et $x = 1$.

3. $7x(-2x+5) = 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $7x = 0$ ou $-2x+5 = 0$

$x = \frac{0}{7}$ ou $-2x = -5$

$x = 0$ ou $x = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$

Donc l'équation $7x(-2x+5) = 0$ admet pour solutions $x = 0$ et $x = \frac{5}{2}$.

4. $(x-3)(4-7x) = 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $x-3 = 0$ ou $4-7x = 0$

$x = 3$ ou $-7x = -4$

$x = 3$ ou $x = \frac{-4}{-7} = \frac{4}{7}$

Donc l'équation $(x-3)(4-7x) = 0$ admet pour solutions $x = \frac{4}{7}$ et $x = 3$.

Résous les équations produits suivantes.

1. $\mathbf{3(11-3x)(2x+7) = 0}$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Or 3 ≠ 0

Donc $11-3x=0$ ou $2x+7 = 0$

$-3x = -11$ ou $2x = -7$

$x = \frac{-11}{-3} = \frac{11}{3}$ ou $x = -\frac{7}{2}$

Donc l'équation $3(11-3x)(2x+7) = 0$ admet pour solutions $x = -\frac{7}{2}$ et $x = \frac{11}{3}$.

2. $\mathbf{x(4x+5)(-x+1) = 0}$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $x=0$ ou $4x+5 = 0$ ou $-x+1=0$

$x=0$ ou $4x = -5$ ou $x=1$

$x=0$ ou $x = -\frac{5}{4}$ ou $x=1$

Donc l'équation $x(4x+5)(-x+1) = 0$ admet 3 solutions : $x = -\frac{5}{4}$, $x=0$ et $x=1$.

3. $\mathbf{(x+2)(x-2)(x+7) = 0}$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $x+2=0$ ou $x-2 = 0$ ou $x+7=0$

$x = -2$ ou $x = 2$ ou $x = -7$

Donc l'équation $(x+2)(x-2)(x+7) = 0$ admet pour solutions $x=-2$, $x=2$ et $x=-7$.

Résoudre une équation racine carrée.

Méthode pour résoudre une équation racine carrée

Etape ① : j'**identifie le type d'équation**, et si besoin, je simplifie afin de ramener l'équation à une équation racine carrée de la forme $x^2 = a$.

Etape ② : je regarde le **signe de a**.

Etape ③ : je **résous** l'équation 2 à l'aide des propriétés suivantes :

L'équation $x^2 = a$ possède :

- **deux solutions qui sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$ si $a > 0$.**
- **une seule solution qui est 0 si $a = 0$.**
- **aucune solution si $a < 0$.**

Exemples :

$x^2 = 4$ 4 > 0 donc cette équation admet 2 solutions. Donc $x = \sqrt{4}$ ou $x = -\sqrt{4}$ Donc $x = 2$ ou $x = -2$	$x^2 = -36$ $-36 < 0$ donc cette équation n'a pas de solution.

Parmi les équations ci-dessous, lesquelles sont des équations de type $x^2 = a$?

$x^2 = 16$ C'est une équation de type $x^2 = a$.	$-2x^2 = -8$ Si on divise par – 2 les 2 côtés de l'égalité on obtient $x^2 = 4$, c'est donc bien une équation de type $x^2 = a$.
$x^2(3x - 1) = 0$ Ce n'est pas une équation de type $x^2 = a$. C'est une équation produit nul car de la forme $A \times B = 0$.	$x^2 = 2x$ Ce n'est pas une équation de type $x^2 = a$ car on a un terme en x des deux côtés de l'égalité.

Résous les équations de type $x^2 = a$ suivantes.

$x^2 = 25$ 25 > 0 donc cette équation admet 2 solutions. Donc $x = \sqrt{25}$ ou $x = -\sqrt{25}$ Donc $x = 5$ ou $x = -5$	$x^2 = 0$ $a = 0$ donc cette équation admet une seule solution qui est 0.	$-3x^2 = -1$ $x^2 = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$ Donc $x = \sqrt{\frac{1}{3}}$ ou $x = -\sqrt{\frac{1}{3}}$
$x^2 = 12$ 12 > 0 donc cette équation admet 2 solutions. Donc $x = \sqrt{12}$ ou $x = -\sqrt{12}$	$x^2 = -56$ $-56 < 0$ donc cette équation n'a pas de solution.	$5x^2 = 80$ $x^2 = \frac{80}{5} = 16$ Donc $x = \sqrt{16}$ ou $x = -\sqrt{16}$ Donc $x = 4$ ou $x = -4$

Ramener une équation à une équation de type produit nul ou racine carrée.

Méthode pour se ramener à une équation type produit nul ou racine carrée

Etape ① : j'**identifie le type d'équation** que je dois retrouver :
Produit nul ou **racine carrée**

Etape ② : je **manipule l'expression de l'équation en :**
- **Factorisant** pour une équation **produit nul**.
- **Isolant le terme en** x^2 pour une équation type **racine carrée.**

Etape ③ : je **résous** l'équation en appliquant les méthodes vues précédemment.

Exemples : Se ramener à une équation de type produit nul ou racine carrée.

$\mathbf{(2-9x)(x+5)+(2-9x)(3x-1)=\ 0}$

On identifie le facteur commun : $(2-9x)$

On factorise : $(2-9x)[(x+5)+(3x-1)]=\ 0$

On en déduit que $(2-9x)(4x+4)=\ 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $2-9x=0$ ou $4x+4=0$

$-9x\ =\ -2$ ou $4x=-4$

Donc $x=\frac{-2}{-9}=\frac{2}{9}$ ou $x=-\frac{4}{4}=-1$

$\mathbf{4x^2+8=\ 36}$

$\mathbf{4x^2=\ 36-8}$

$\mathbf{4x^2=28}$

$\mathbf{x^2=7}$

Donc $\boldsymbol{x}=\sqrt{\mathbf{7}}$ ou $\boldsymbol{x}=-\sqrt{\mathbf{7}}$

Factorise chacune des équations suivantes afin d'obtenir une équation produit nul puis résous-les.

$\mathbf{1.}\ \boldsymbol{x(x+3)+(2x-1)x=\ 0}$

On identifie le facteur commun : x

On factorise : $x[(x+3)+(2x-1)]=\ 0$

$x(x+3+2x-1)=\ 0$

On en déduit que $x(3x+2)=\ 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $x=0$ ou $3x+2=0$

$x\ =\ 0$ ou $3x=-2$

Donc $x\ =\ 0$ ou $x=-\frac{2}{3}$

Donc l'équation $x(x+3)+(2x-1)x=\ 0$ admet pour solutions $x=0$ et $x=-\frac{2}{3}$.

2. $(\mathbf{2-3x})(\mathbf{x+1})-(\mathbf{2-3x})(\mathbf{-3x+4})=\mathbf{0}$

On identifie le facteur commun : $(2-3x)$

On factorise : $(2-3x)[(x+1)-(-3x+4)]=0$

D'où $(2-3x)[x+1+3x-4]=0$

On en déduit que $(2-3x)(4x-3)=0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $2-3x=0$ ou $4x-3=0$

$-3x=-2$ ou $4x=3$

$x=\frac{2}{3}$ ou $x=\frac{3}{4}$

Donc l'équation $(2-3x)(x+1)-(2-3x)(-3x+4)=0$ admet pour solutions $x=\frac{2}{3}$ et $x=\frac{3}{4}$.

Simplifie les équations suivantes afin de les ramener à une équation de type $x^2=a$ puis résous-les.

$\mathbf{4x^2=80}$

$\mathbf{x^2=\frac{80}{4}=20}$

Donc $\mathbf{x=\sqrt{20}}$ ou $\mathbf{x=-\sqrt{20}}$

$\mathbf{(x+2)^2=36}$

Donc $\mathbf{x+2=\sqrt{36}}$ ou $\mathbf{x+2=-\sqrt{36}}$

Donc $\mathbf{x+2=6}$ ou $\mathbf{x+2=-6}$

D'où $\mathbf{x=6-2}$ ou $\mathbf{x=-6-2}$

Finalement $\mathbf{x=4}$ ou $\mathbf{x=-8}$

$\mathbf{3x^2+1=13}$

$\mathbf{3x^2=13-1}$

$\mathbf{3x^2=12}$

$\mathbf{x^2=\frac{12}{3}=4}$

Donc $\mathbf{x=\sqrt{4}}$ ou $\mathbf{x=-\sqrt{4}}$

Donc $\mathbf{x=2}$ ou $\mathbf{x=-2}$

$\mathbf{25x^2-4=0}$

$25x^2=4$

$x^2=\frac{4}{25}$

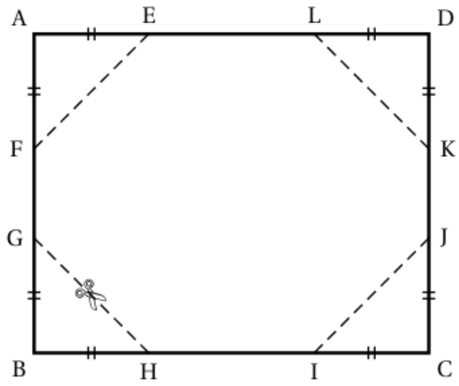
Donc $x=\sqrt{\frac{4}{25}}$ ou $x=-\sqrt{\frac{4}{25}}$

Donc $x=\frac{2}{5}$ ou $x=-\frac{2}{5}$

Questions de brevet.

Première partie :

À partir d'une feuille rectangulaire de dimension 10 cm sur 8 cm, on coupe les quatre coins de manière identique.
On obtient ainsi un polygone FELKJIHG et quatre triangles rectangles isocèles égaux comme représenté ci-contre.



AD = 10 cm ; AB = 8 cm.

L'aire de ce polygone correspond à l'aire du rectangle ABCD à laquelle on soustrait l'aire des 4 triangles rectangles identiques.
Donc : $\text{Aire}_{\text{FELKJIHG}} = 10 \times 8 - 4 \times 4{,}5 = 80 - 18 = 62 \text{ cm}^2$

On souhaite que l'aire du polygone FELKJIHG soit de 60 cm².
Pour cela, on fait varier la longueur AE et on observe l'effet sur l'aire du polygone FELKJIHG.
On note x la longueur AE exprimée en cm.

2. a. Exprimer l'aire du triangle AEF en fonction de x.

$Aire_{\ AEF} = \frac{AE \times AF}{2} = \frac{x \times x}{2} = \frac{x^2}{2}$

b. Montrer que l'aire du polygone FELKJIHG, en cm², est donnée par l'expression $80 - 2x^2$.

$$Aire_{\ FELKJIHG} = 80 - 4 \times \frac{x^2}{2} = 80 - 2x^2$$

c. Trouver par le calcul la valeur de la longueur AE permettant d'obtenir un polygone FELKJIHG d'aire égale à 60 cm².

Trouver la valeur de x pour que l'aire soit égale à 60 cm² revient à résoudre :

$$80 - 2x^2 = 60$$

$$-2x^2 = 60 - 80$$

$$\frac{-2x^2}{-2} = \frac{-20}{-2}$$

donc $x^2 = 10$

Cette équation a deux solutions : $\sqrt{10}$ et $-\sqrt{10}$.

Comme $-\sqrt{10} < 0$ ne peut pas correspondre à une longueur, la valeur pour que le polygone ait une aire de 60 cm² est $AE = \sqrt{10}$.

Deuxième partie :

[…] b. On appelle x le nombre de départ et on admet que le résultat obtenu avec le programme de calcul est donné par l'expression : $(x + 3)(x - 4)$.
Résoudre $(x + 3)(x - 4) = 0$.
En déduire quels nombres de départ il faut choisir pour obtenir 0 comme résultat.

L'équation $(x + 3)(x - 4) = 0$ est une équation produit nul. Il y a 2 possibilités :

$(x + 3) = 0$ ou bien $x - 4 = 0$

soit $x = -3$ soit $x = 4$.

Il y a donc 2 solutions à cette équation qui sont – 3 et 4.

Pour obtenir 0 comme résultat, il faut donc choisir – 3 ou 4 comme nombre de départ.

Pour aller plus loin.

Sur le site de Pass Education, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

<u>Séquence complète</u>	Résoudre une équation
<u>Exercices type Brevet</u>	Brevet 2 Brevet 6 Brevet 10 Brevet 12 Brevet 14

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Exercices 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une équation du premier degré - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- Résoudre une équation produit nul ou racine carrée - 3ème - Brevet des collèges avec Mon Pass Maths

Découvrez d'autres exercices en : 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Réso

- Résoudre une équation du premier degré - 3ème - Brevet des collèges avec Mon Pass Maths
- Résoudre une équation du premier degré – 3ème – Exercices avec les corrigés

Besoin d'approfondir en : 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une

- Cours 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une équation du premier degré
- Evaluations 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une équation du premier degré
- Vidéos pédagogiques 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une équation du premier degré
- Vidéos interactives 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une équation du premier degré
- Séquence / Fiche de prep 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une équation du premier degré