

Exercice 01 :

Sur un logiciel de géométrie, Sophie a construit un triangle ABC tel que :

$$AB = 4 \text{ cm}, \cos(\widehat{BAC}) = -\frac{1}{4} \text{ et } \cos(\widehat{BAC}) = \frac{3}{4}$$

1. Calculer $\cos(\widehat{BCA})$ et $\sin(\widehat{BCA})$

Dans un triangle, la somme des angles vaut 180° ou encore π radians.

On peut donc écrire $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = \pi$ d'où $\widehat{C} = \pi - (\widehat{A} + \widehat{B})$

On sait que pour tout réel t , $\cos(\pi - t) = -\cos(t)$ et $\sin(\pi - t) = \sin(t)$

On en déduit : $\cos(\widehat{C}) = -\cos(\widehat{A} + \widehat{B})$ et $\sin(C) = \sin(\widehat{A} + \widehat{B})$

On calcule d'abord $\sin(\widehat{A})$ et $\sin(\widehat{B})$:

Les angles d'un triangle appartenant à $[0 ; \pi]$ $\sin(\widehat{A})$ et $\sin(\widehat{B})$ sont positifs.

$$(\sin(\widehat{A}))^2 = 1 - (\cos(\widehat{A}))^2 = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{15}{16}, \text{ d'où } \sin(\widehat{A}) = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$(\sin(\widehat{B}))^2 = 1 - (\cos(\widehat{B}))^2 = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}, \text{ d'où } \sin(\widehat{B}) = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

On applique les formules d'addition : quels que soient les nombres réels a et b ,

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \text{ et } \sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(\widehat{C}) = -\cos(\widehat{A} + \widehat{B}) = -\cos(\widehat{A})\cos(\widehat{B}) + \sin(\widehat{A})\sin(\widehat{B}) = -\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{15}}{4} \times \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\cos(\widehat{C}) = \frac{3 + \sqrt{105}}{16} \approx 0.83$$

$$\sin(C) = \sin(\widehat{A} + \widehat{B}) = \sin(\widehat{A})\cos(\widehat{B}) + \cos(\widehat{A})\sin(\widehat{B}) = \frac{\sqrt{15}}{4} \times \frac{3}{4} + \frac{-1}{4} \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{3\sqrt{15} - 17}{16}$$

$$\cos(\widehat{C}) = \frac{3\sqrt{15} - 17}{16} \approx 0.56$$

2. Calculer l'aire S du triangle ABC.

Pour calculer l'aire S du triangle ABC, on applique la formule suivante :

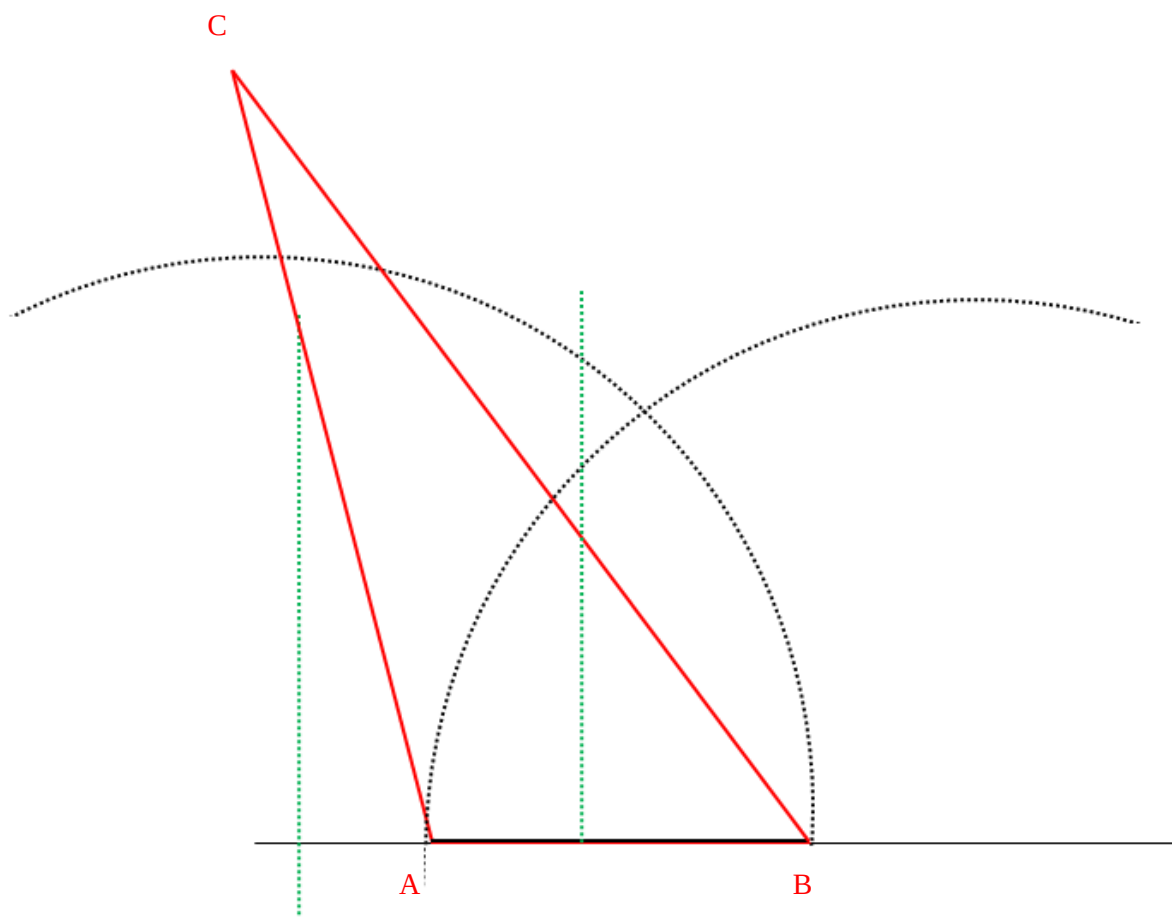
$$S = \frac{1}{2} bc \sin(\hat{A}) \quad b = AC \text{ et } c = AB$$

Pour calculer b, on applique la formule de sinus :

$$\frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{c}{\sin(\hat{C})} \Leftrightarrow b = \frac{c \sin(\hat{B})}{\sin(\hat{C})} = \frac{4 \times \frac{\sqrt{7}}{4}}{\frac{3\sqrt{15} - \sqrt{7}}{16}} = \frac{16\sqrt{7}}{3\sqrt{15} - \sqrt{7}}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{16\sqrt{7}}{3\sqrt{15} - \sqrt{7}} \times 4 \times \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{8\sqrt{7}\sqrt{15}}{3\sqrt{15} - \sqrt{7}} = \frac{(8\sqrt{7}\sqrt{15})(3\sqrt{15} + \sqrt{7})}{(3\sqrt{15} - \sqrt{7})(3\sqrt{15} + \sqrt{7})} = \frac{8(45\sqrt{7} + 7\sqrt{15})}{128}$$

$$S = \frac{8(45\sqrt{7} + 7\sqrt{15})}{128} \approx 9.14 \text{ cm}^2$$



Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Produit scalaire - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Produit scalaire - Première - Exercices corrigés - Application](#)

Découvrez d'autres exercices en : Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Produit scalaire

- [Produit scalaire dans le plan - Première - Exercices corrigés](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Equation cartésienne d'une droite - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Vecteurs - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Vecteurs colinéaires - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Produit scalaire

- [Cours Première - 1ère Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Produit scalaire](#)