

Opérations sur les fonctions - Correction

Exercice 01 :

Soit la fonction f définie sur $[-2 ; 2]$ par : $f(x) = -1 + \sqrt{4 - x^2}$

Première partie :

1. Etudier les variations de f et tracer sa représentation graphique C dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

Pour étudier les variations de f , on applique les théorèmes donnant les variations d'une fonction.

x	-2	0	2
x^2	4	0	4
$4 - x^2$	0	4	0
$\sqrt{4 - x^2}$	0	2	0
$-1 + \sqrt{4 - x^2}$	-1	1	-1

2. Montrer que C est un demi-cercle de centre $A(0 ; 1)$.

Pour tout point $M(x ; y)$ du plan :

$$y = -1 + \sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow y + 1 = \sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} (y + 1)^2 = 4 - x^2 \\ y \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (y + 1)^2 = 4 \\ y \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AM^2 = 4 \\ y \geq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AM = 2 \\ y \geq -1 \end{cases}$$

A ayant pour coordonnées $(0 ; -1)$, la courbe C est donc un demi-cercle de centre A et de rayon 2 tel que $y \geq -1$

3. Déterminer les abscisses des points d'intersection de C avec la droite $(O ; \vec{i})$.

Les abscisses des points d'intersection de C avec la droite $(O ; \vec{i})$ sont les solutions de l'équation :

$$-1 + \sqrt{4 - x^2} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} = 1 \Leftrightarrow 4 - x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

Deuxième partie :

On considère la famille de fonction f_1 , f_2 associées à la fonction f définies par :

$$f_1(x) = |f(x)|$$

$$f_2(x) = f(x) + 2$$

A partir de la courbe C, tracer les courbes C_1 , C_2 et C_3 , représentant respectivement les fonctions f_1 , f_2 .

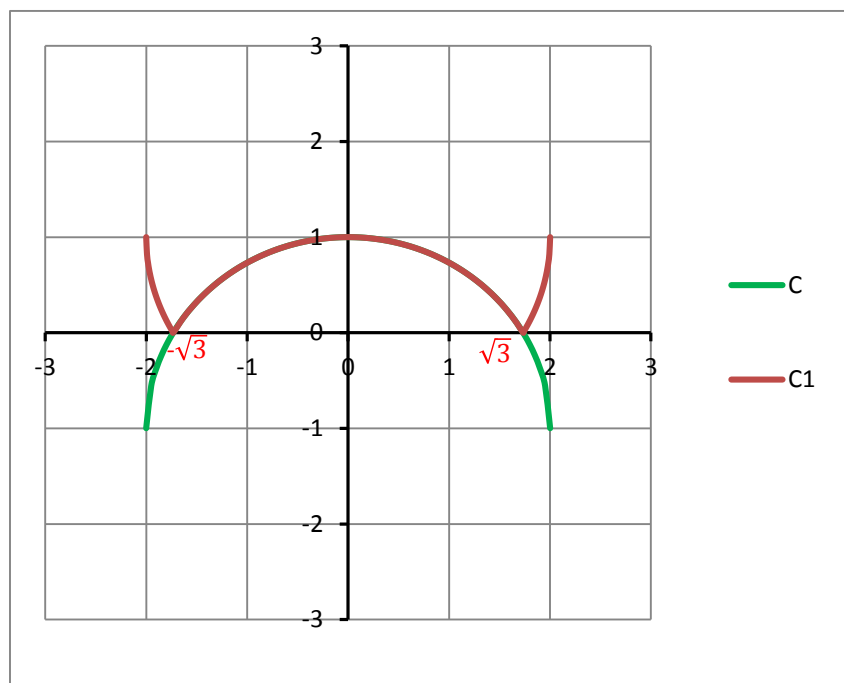
Les courbes C et C_1 :

$$f_1(x) = |f(x)|$$

Si $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$, le graphique nous montre que $f(x) \geq 0$ donc $f_1(x) = f(x)$

La partie de C_1 et C correspondantes sont confondues.

Si $-2 \leq x \leq -\sqrt{3}$ Ou $\sqrt{3} \leq x \leq 2$ le graphique nous montre que $f(x) \leq 0$ donc $f_1(x) = -f(x)$ les parties de C et de C_1 correspondantes sont symétrique par rapport à l'axe des abscisses.



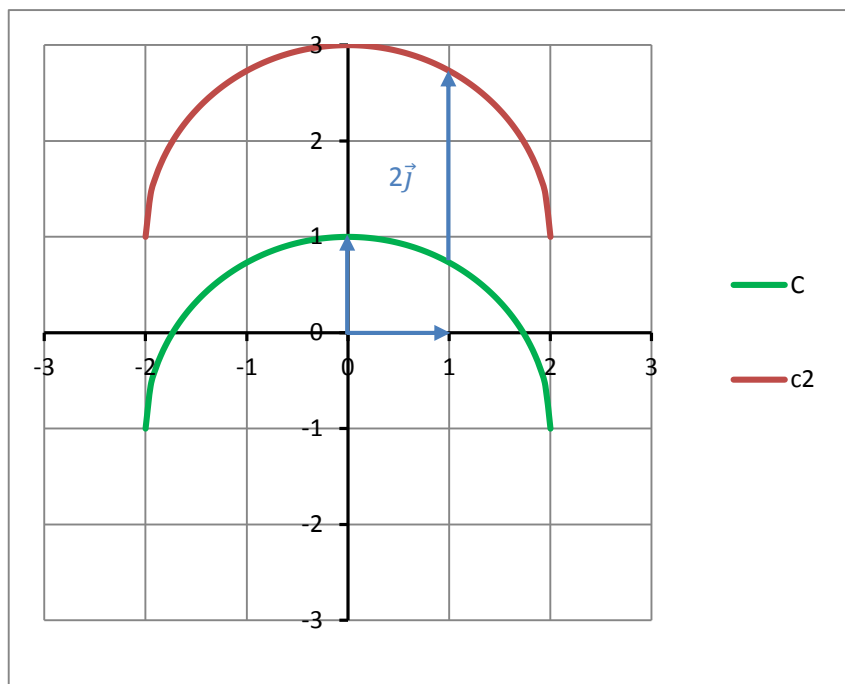
Les courbes C et C₂ :

$$f_2(x) = f(x) + 2$$

Considérons les points $M(x ; f(x))$ et $M_2(x ; f_2(x))$, ils ont même abscisse et $Y_{M_2} - Y_M = 2$

$$\overrightarrow{MM_2} = 0\vec{i} + 20\vec{j}$$

Donc M a pour image M₂ par translation de vecteur $2\vec{j}$



Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités Opérations sur les fonctions - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Fonctions - Opérations - Première - Exercices corrigés](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités Fonction croissante / décroissante - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités Opérations sur

- [Cours Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités Opérations sur les fonctions](#)