Multiplication d'un vecteur par un réel

Correction

Exercice 1 : Centre de gravité

Déterminer les coordonnées du centre de gravité du triangle de sommet A (3 ; 1), B (-2 ; 4) et C (1 ; -3)

Le centre de gravité G du triangle ABC est situé sur chacune des médianes et il est situé à $\frac{2}{3}$ sur chacune d'elles en partant du sommet.

Si B' est le milieu de [AC], le point G vérifie :

$$\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$$

Les coordonnées de B' sont $\left(\frac{x_A+x_C}{2} ; \frac{y_A+y_C}{2}\right)$

$B'\left(\frac{3+1}{2} ; \frac{1+(-3)}{2}\right)$ soit B' (2 ; -1).

Les coordonnées de $\overrightarrow{BB'}$ sont :

$$\begin{pmatrix} x_{B'} - x_B \\ y_{B'} - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+2 \\ -1-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Posons (x, y) les coordonnées du point G.

Les coordonnées de $\overrightarrow{BG}$ sont :

$$\begin{pmatrix} x_G - x_B \\ y_G - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2 \\ y-4 \end{pmatrix}$$

De l'égalité $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$, on déduit :

$$\begin{cases} x+2 = \frac{2}{3} X\, 4 \;\; ; \;\; x = \frac{2}{3} \\ y-4 = \frac{2}{3} X -5 ; \;\; y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Les coordonnées des points $G = \left(\frac{2}{3} ; \frac{2}{3}\right)$

Exercice 2 : La colinéarité.

Soit un plan muni d'un repère (O ; I, J). On donne les points A (2 ; 2), B (4 ; -2) et C (-2 ; 10).

a. Montrer que A, B et C sont alignés.

A, B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont : $\binom{4-2}{-2-2} = \binom{2}{-4}$

Les coordonnées de $\overrightarrow{AC}$ sont :$\binom{-2-2}{10-2} = \binom{-4}{8}$

$xy' - x'y = (2\,X\,8) - ((-4)\,X\,(-4)) = -16 + 16 = 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Donc les points A, B et C sont alignés.

b. Déterminer quelle abscisse doit avoir le point D, dont l'ordonnée est 4, pour qu'il appartienne à la droite (AB).

Pour que D appartienne à (AB) il faut que $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AD}$ soient colinéaires

Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont : $\binom{4-2}{-2-2} = \binom{2}{-4}$

Les coordonnées de $\overrightarrow{AD}$ sont :$\binom{x-2}{4-2} = \binom{x-2}{2}$

$xy' - x'y = (2\,X\,2) - ((x-2)\,X\,(-4)) = 4 - (-4x+8)$

$= 4x - 4 = 0 : x = 1$

D (1 ; 4).

Exercice 3 : La colinéarité.

Soit un plan muni d'un repère (O ; I, J). On donne les points A (2 ; 5), B (-3 ; 1) et C (1 ; -2).

a. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$ sont-ils colinéaire ?

Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont : $\binom{-3-2}{1-5} = \binom{-5}{-4}$

Les coordonnées de $\overrightarrow{AC}$ sont :$\binom{1-2}{-2-5} = \binom{-1}{-7}$

$xy' - x'y = ((-5)X\,(-7)) - ((-1)\,X\,(-4))$

$= 35 - 4 = 31 \neq 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires

a. Que peut-on dire des points A, B et C ?

Les points A, B et C ne sont pas alignés.