Mini Brevet Mathématiques

Les annales corrigées

Correction

Ces exercices sont issus du brevet Amérique du Nord du 31 mai 2023 et Centres Etrangers du 14 juin 2023.

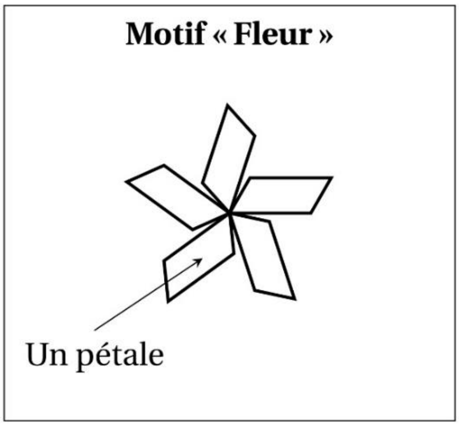
Exercice 1 :
Lire un programme Scratch.
Compléter ou modifier un programme Scratch.
Construire un parallélogramme.

Exercice 2 :
Calculer le périmètre d'une figure complexe.
Grandeurs composées : calculer une vitesse.
Conversion.
Résoudre un problème.

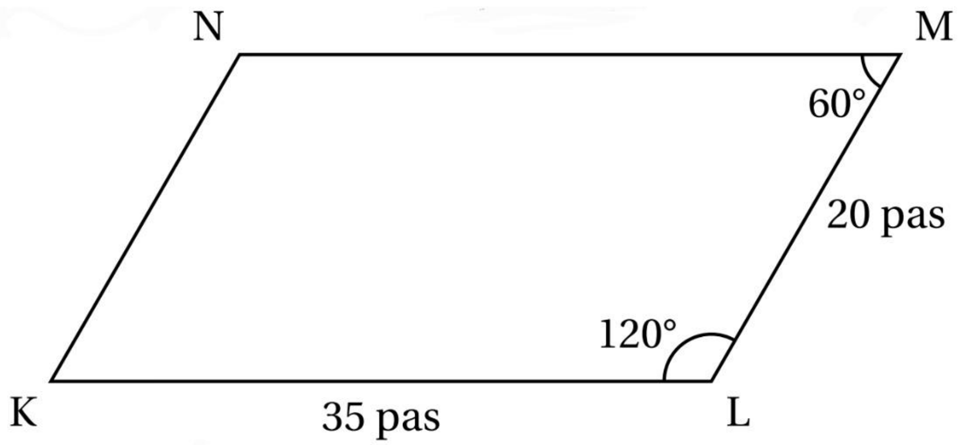
Exercice 3 :
Trigonométrie, calcul d'une longueur.
Trigonométrie, calcul d'un angle.
Théorème de Thalès, calcul d'une longueur.
Calculer un volume.
Calculer un ratio.
Résoudre un problème.

Exercice 1 (20 points)

À l'aide d'un logiciel de programmation, on veut réaliser le motif « Fleur » suivant.



1. a. Le parallélogramme KLMN ci-dessous représente un des pétales du motif « Fleur ».
Construire ce parallélogramme sur la copie en prenant 1 cm pour 5 pas.



On détermine dans un premier temps la longueur des côtés du parallélogramme à l'aide de l'échelle donnée : 1 cm = 5 pas or KL = NM = 35 pas et LM = KN = 20 pas.

Donc $\mathrm{KL} = \mathrm{NM} = \frac{35}{5} = 7\text{ cm}$ et $\mathrm{LM} = \mathrm{KN} = \frac{20}{5} = 4\text{ cm}$.

On suit ensuite le programme de construction d'un parallélogramme :

- Tracer [KL] de longueur 7 cm.
- Au rapporteur, tracer l'angle $\widehat{KLM} = 120°$
- À la règle, placer le point M distant de 4 cm.
- Tracer la parallèle à [KL] passant par M.
- Tracer la parallèle à [LM] passant par K.
- Les 2 droites se coupent en N.

b. On définit le bloc « Pétale » ci-contre afin de dessiner ce parallélogramme. On commence la construction du parallélogramme au point K en s'orientant vers la droite.

Par quelles valeurs doit-on compléter les lignes 4, 5, 6 et 7 du bloc « Pétale » ci-contre ?

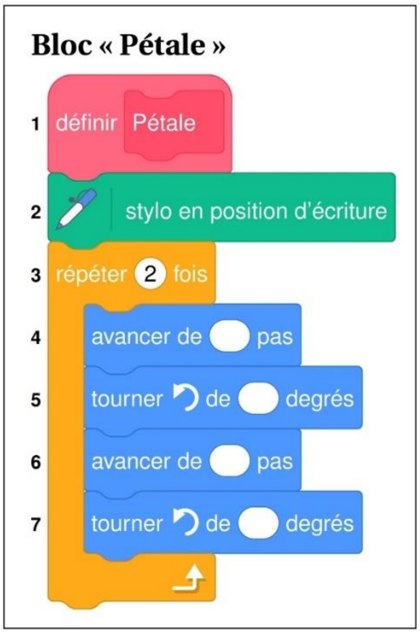
Aucune justification n'est attendue, écrire sur la copie le numéro de la ligne du bloc « Pétale » et la valeur correspondante.

Ligne 4 : 35

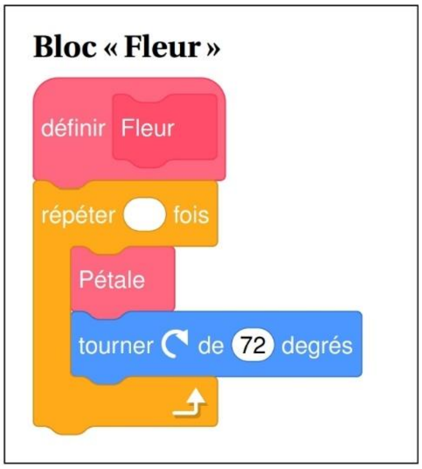
Ligne 5 : 60

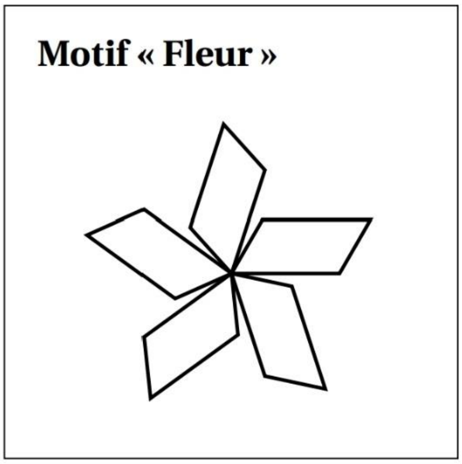
Ligne 6 : 20

Ligne 7 : 120



2. Le bloc ci-dessous permet de construire un motif « Fleur » en partant de son centre.





a. Par quelle valeur doit-on compléter la ligne 2 du bloc « Fleur » ci-dessus ? Aucune justification n'est attendue.

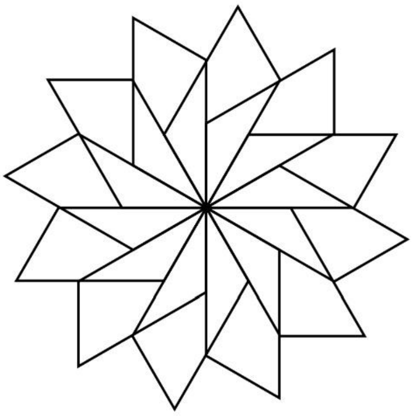
Il y a 5 pétales donc par la valeur 5.

b. Expliquer le choix de la valeur « 72 » dans la ligne 4.

Un tour complet mesure 360°. Afin de dessiner le motif fleur on doit répartir équitablement les 5 pétales sur ces 360°, on tourne donc à chaque fois de :

$\frac{360}{5} = 72\,°$.

c. On modifie le bloc « Fleur » pour construire le motif suivant :



Quelles sont alors les modifications à apporter aux lignes 2 et 4 du bloc « Fleur » ? Aucune justification n'est attendue.

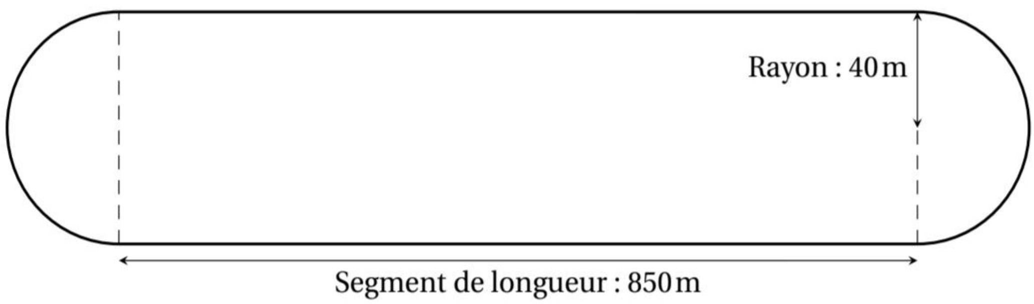
Il y a maintenant 12 pétales et il faut donc à chaque fois tourner de : $\frac{360}{12} = 30°$

Donc ligne 2 : Répéter **12** fois et ligne 4 : Tourner de **30** degrés.

Exercice 2 (18 points)

Un hippodrome est un lieu où se déroulent des courses de chevaux. On s'intéresse à la piste d'un hippodrome.
Cette piste est composée de :
- deux lignes droites modélisées par des segments de 850 mètres ;
- deux virages modélisés par deux demi-cercles de rayon 40 mètres.

Schéma de la piste de cet hippodrome :



1. Montrer que la longueur d'un tour de piste est d'environ 1951 m.

La piste est composée de deux segments mesurant 850 m et de 2 demi cercles de rayon r = 40 m, soit un cercle complet. On sait que le périmètre d'un cercle A pour formule : $P = 2\pi r$.
Donc $L = 2 \times 850 + 2 \times \pi \times 40 \approx 1951\ m$.

Aires et périmètres des figures complexes

2. Un cheval parcourt un tour de piste en 2 min 9 s.
a. Calculer la vitesse moyenne de ce cheval sur un tour de piste en mètre par seconde (m/s). Donner une valeur approchée à l'unité près.

On sait que $\mathrm{v} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{t}}$ avec $\mathrm{d} = \mathrm{L} = 1951\ \mathrm{m}$ et $\mathrm{t} = 2\ \mathrm{min}\ 9\ \mathrm{s} = 129\ \mathrm{s}$.
Donc $\mathrm{v} = \frac{1951}{129} \approx 15\ \mathrm{m/s}$.

Grandeurs composées

Convertir cette vitesse en kilomètre par heure (km/h).

Pour passer de m/s à km/h, on multiplie par 3,6.
Donc $\mathrm{v} = \frac{1951}{129} \times 3{,}6 \approx 54\ \mathrm{km/h}$.

3. On admet que la surface de la piste a une aire d'environ 73 027 m². On souhaite semer du gazon sur la totalité de la surface de la piste. On doit choisir des sacs de gazon à semer parmi les trois marques ci-dessous :

	Surface couverte par sac	Prix d'un sac
Marque A	500 m^2	141,95 €
Marque B	400 m^2	87,90 €
Marque C	300 m^2	66,50 €

Quelle marque doit-on choisir pour que cela coûte le moins cher possible ?

On détermine le prix au m² pour les 3 marques :

Marque A : $P_A = \frac{141,95}{500} = 0,2839\ €/m^2$

Marque B : $P_B = \frac{87,90}{400} = 0,21975\ €/m^2$

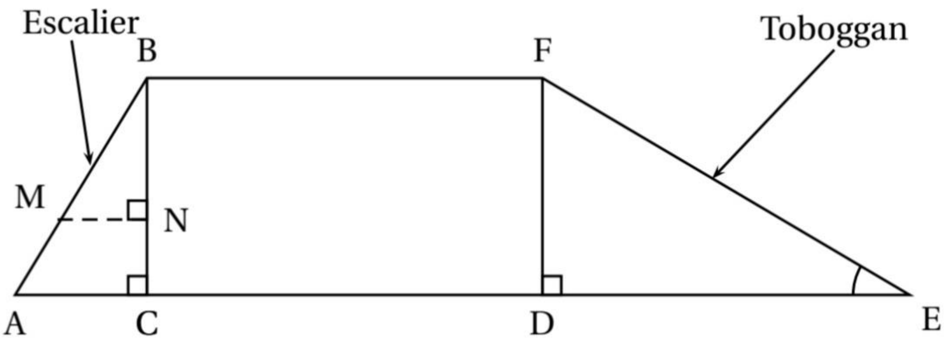
Marque C : $P_C = \frac{66,50}{300} \approx 0,2217\,\frac{€}{m^2}$

C'est donc la marque B qui est la moins chère.

Exercice 3 (24 points)

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Une famille souhaite installer dans son jardin une cabane.
La partie inférieure de cette cabane est modélisée par le rectangle BCDF :



On précise que :
- AB = 1,3 m • AC = 0,5 m
- DE = 2,04 m • BC = DF = 1,2 m
- Les triangles ABC, BMN et FDE sont rectangles.

Partie A : Étude du toboggan

1. Pour que le toboggan soit sécurisé, il faut que l'angle $\widehat{DEF}$ mesure 30°, au degré près. Le toboggan de cette cabane est-il sécurisé ?

Le triangle DEF est rectangle en D, on peut donc utiliser la trigonométrie.
On sait que $\tan \widehat{DEF} = \frac{DF}{DE}$

Trigonométrie
Angles

D'où $\tan \widehat{DEF} = \frac{1,2}{2,04}$

Donc $\widehat{DEF} = \tan^{-1}(\frac{1,2}{2,04}) \approx 30,47° \approx 30°$

Le toboggan mesure 30° (au degré près), il est donc sécurisé.

2. Montrer que la rampe du toboggan, [EF], mesure environ 2,37 m.

On peut utiliser le théorème de Pythagore ou la trigonométrie. On choisit ici la trigonométrie.

On sait que $\cos \widehat{\mathrm{DEF}} = \frac{\mathrm{DE}}{\mathrm{EF}}$

Donc $\mathrm{EF} = \frac{\mathrm{DE}}{\cos \widehat{\mathrm{DEF}}} = \frac{2,04}{\cos 30,5} \approx 2,37 \text{ m.}$

Partie B : Étude de l'échelle

Pour consolider l'échelle, on souhaite ajouter une poutre supplémentaire [MN], comme indiqué sur le modèle.

1. Démontrer que les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

Trigonométrie
Longueurs

Les droites (AC) et (BC) sont perpendiculaires et les droites (MN) et (BC) sont perpendiculaires. Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles. Donc (AC) // (MN).

2. On positionne cette poutre [MN] telle que BN = 0,84 m. Calculer sa longueur MN.

Les points B, M, A et B, N, C sont alignés dans le même ordre et (AC) // (MN). Donc, d'après le théorème de Thalès :

Théorème de Thalès
Calcul de longueur

$$\frac{\mathrm{BM}}{\mathrm{BA}} = \frac{\mathrm{BN}}{\mathrm{BC}} = \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{AC}}$$

Donc $\frac{0,84}{1,2} = \frac{\mathrm{MN}}{0,5}$

Finalement $\mathrm{MN} = \frac{0,84 \times 0,5}{1,2} = 0,35 \text{ m.}$

Partie C : Étude du bac à sable

Un bac à sable est installé sous la cabane. Il s'agit d'un pavé droit dont les dimensions sont :

• Longueur : 200 cm
• Largeur : 180 cm
• Hauteur : 20 cm

1. Calculer le volume de ce bac à sable en cm³.

Volume des
solides usuels

On sait que $V_{pavé} = L \times l \times h$

Donc $V_{pavé} = 200 \times 180 \times 20 = 720\,000 \ cm^3$.

2. On admet que le volume du bac à sable est de 0,72 m^3.
On remplit entièrement ce bac avec un mélange de sable à maçonner et de sable fin dans le ratio 3:2.
Vérifier que le volume nécessaire de sable à maçonner est de 0,432 m^3 et que celui de sable fin est de 0,288 m^3.

Les ratios

Dans le ratio 3:2 :

$\mathrm{V_{maçonné}} = \frac{3}{3+2} \times \mathrm{V_{total}}$

Donc $\mathrm{V_{maçonné}} = \frac{3}{5} \times 0{,}72 = 0{,}432 \text{ m}^3$

De même, $\mathrm{V_{fin}} = \frac{2}{3+2} \times \mathrm{V_{total}}$

Donc $\mathrm{V_{fin}} = \frac{2}{5} \times 0{,}72 = 0{,}288 \text{ m}^3$

3. Un magasin propose à l'achat le sable à maçonner et le sable fin, vendus en sac.
D'après les indications ci-dessous, quel est le coût total du sable nécessaire pour remplir entièrement ce bac à sable sachant qu'on ne peut acheter que des sacs entiers ?

Un sac de sable à maçonner :	Un sac de sable fin :
Poids : 35 kg	Poids : 25 kg
Volume : 0,022 m^3	Volume : 0,016 m^3
Prix : 2,95 €	Prix : 5,95 €

On détermine d'abord la quantité de sacs nécessaire :

$N_{maçonné} = \frac{V_{maçonné}}{V_{sac}}$

Donc $N_{maçonné} = \frac{0{,}432}{0{,}022} \approx 19{,}6$

On ne peut acheter que des sacs entiers, il faut donc 20 sacs de sable maçonné.
De même :

$N_{fin} = \frac{V_{fin}}{V_{sac}}$

Donc $N_{fin} = \frac{0{,}288}{0{,}016} = 18$

Il faut donc 18 sacs de sable fin.

On détermine enfin le coût total en multipliant le nombre de sacs par le prix d'un sac :

$\mathrm{P} = 20 \times 2{,}95 + 18 \times 5{,}95 = 166{,}10 \text{ €}$

Le coût total sera de 166,10 €.