

Loi normale d'espérance μ et d'écart type σ^2 - Correction

Exercice 01 : Usine de tubes

Une usine fabrique des tubes. On estime que la variable aléatoire X qui à chaque tube prélevé au hasard dans la production associe sa longueur (en cm) suit la loi normale $N(500 ; \sigma^2)$. La valeur de σ peut être modifiée par différents réglages des machines de production.

1. Des observations ont permis d'établir que $P(X > 545) = 0.1303$.

a. Démontrer que $\sigma = 40$.

$P(X > 545) = 0.1303$ équivaut à $1 - P(X \leq 545) = 0.1303$.

Donc à $P(X \leq 545) = 0.8697$, soit $P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{45}{\sigma}\right) = 0.8697$

La variable aléatoire $\frac{X - \mu}{\sigma}$ suit la loi $N(0 ; 1)$. Avec une calculatrice, on trouve $\frac{45}{\sigma} = 1.125$ donc $\sigma = 40$

b. Dans un lot de 1000 tubes, à combien peut-on évaluer le nombre de tubes mesurant moins de 480 cm ?

$P(X \leq 480) = 0.309$ à 0.001 près.

$0.309 \times 1000 = 309$; 309 tubes mesurent moins de 480 cm.

c. Sachant que la longueur du tube prélevé est supérieure à 450 cm, quelle est la probabilité qu'elle soit inférieure à 550 cm ?

$$P_{(X \geq 450)}(X \leq 550) = \frac{P((X \geq 450) \cap (X \leq 550))}{P(X \geq 450)} = \frac{P(450 \leq X \leq 550)}{P(X \geq 450)}$$

Avec une calculatrice, on trouve : $P_{(X \geq 450)}(X \leq 550) = 0.8819$

d. Dans quel intervalle fluctue la longueur d'un tube avec une probabilité de 0.95 ?

On sait qu'une variable suivant une loi $N(\mu ; \sigma^2)$ fluctue à 95% dans l'intervalle $I = [\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]$.

Dans notre cas $I = [420 ; 580]$.

2. Le service conformité souhaite que la longueur des tubes fluctue à 95 % dans l'intervalle $[450 ; 550]$.

Calculer la valeur de σ à atteindre.

$[\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]$ doit être égal à $[450 ; 550]$, comme $\mu = 500$, on doit avoir $2\sigma = 50$, soit $\sigma = 25$.

Exercice 02 : Notes d'examen

5000 candidats se sont présentés à un examen. La note moyenne est de 10.8 et l'écart-type est de 3.1. La distribution des notes permet l'ajustement par la loi normale $N(10.8 ; 3.1^2)$.

1. Calculer la probabilité des événements A « la note est inférieure à 10 » et B « la note est supérieure à 15 ».

On utilise la loi normale $N(0, 1)$.

Soit X la note, X est une variable aléatoire suivant la loi $N(10.8 ; 3.1^2)$.

On pose $Y = \frac{X-10.8}{3.1}$ où Y est une variable aléatoire suivant la loi normale $N(0, 1)$.

$$X \leq 10 ; \frac{X - 10.8}{3.1} \leq \frac{10 - 10.8}{3.1} ; \frac{-0.8}{3.1} \approx -0.258 ; Y \leq -0.258$$

Avec la calculatrice, on trouve :

$$P(Y \leq -0.258) \approx 0.398 ; \text{ donc } P(X \leq 10) \approx 0.398$$

La probabilité de l'événement A « la note est inférieure à 10 » est 0.398.

$$X > 15 ; \frac{X - 10.8}{3.1} \geq \frac{15 - 10.8}{3.1} ; \frac{4.2}{3.1} \approx 1.355 ; Y > 1.355$$

Avec la calculatrice, on trouve :

$$P(Y > 1.355) \approx 0.088 ; \text{ donc } P(X > 15) \approx 0.088$$

La probabilité de l'événement B « la note est supérieure à 15 » est 0.088.

2. Evaluer le nombre de candidats ayant eu une note inférieure à 10, supérieure à 15.

Il y a 5000 candidats.

$5000 \times 0.398 = 1990$, donc 1990 candidats ont obtenu une note inférieure à 10.

$5000 \times 0.088 = 440$, donc 440 candidats ont obtenu une note supérieure à 15.

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Probabilités Loi de probabilité Loi normale avec espérance et écart type - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Loi normale d'espérance \$\mu\$ et d'écart type \$\sigma\$ - Terminale - Exercices](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Probabilités Loi de probabilité Loi à densité - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Probabilités Loi de probabilité Loi exponentielle - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Probabilités Loi de probabilité Loi normale centrée réduite - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Probabilités Loi de probabilité Loi uniforme - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Terminale Mathématiques : Probabilités Loi de probabilité Loi normale avec espérance et écart type

- [Cours Terminale Mathématiques : Probabilités Loi de probabilité Loi normale avec espérance et écart type](#)