

Lois de probabilité sur un ensemble fini- Correction

Exercice 01 : Couleur des yeux

On considère un échantillon de 100 personnes composé de 60 filles et 40 garçons.

30 garçons et 40 filles ont les yeux couleur bleue.

On choisit une personne au hasard dans cet échantillon.

Soient G l'événement « La personne est un garçon » et B l'événement « La personne a les yeux bleus »

1. Sachant que cette personne est un garçon, quelle est la probabilité qu'il ait les yeux bleus.

$$p_{G(B)} = \frac{p(B \cap G)}{p(G)} = \frac{30}{40} = 0,75$$

2. Sachant que cette personne a les yeux bleus, quelle est la probabilité que ce soit un garçon.

$$p_{B(H)} = \frac{p(G \cap B)}{p(B)} = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$$

Tableau récapitulatif :

	G	$\bar{G}$	
B	30	40	70
$\bar{B}$	10	20	30
	40	60	100

Exercice 02 : Avec des boules

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : 4 sont noires, 3 sont rouges, 3 sont vertes.

Lors d'un jeu, le joueur commence par miser 30 centimes. Il tire ensuite une boule de l'urne. Si la boule est noire, le joueur reçoit 60 centimes, si elle est rouge, il ne reçoit rien. Si la boule tirée est verte, il reçoit k centimes, k étant un réel positif.

Soit X la variable aléatoire correspondant au gain du joueur.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.

X prend les valeurs 60-30, 0-30 et k-30, soit 30, -30 et k-30.

Parmi les 10 boules, 4 sont noires donc $P(x = 30) = 0,4$

On obtient de même : $P(x = -30) = 0,3$ et $P(x = k - 30) = 0,3$.

La loi de probabilité de la variable aléatoire X est donc la suivante :

x_i	-30	k-30	30
$P(X = x_i)$	0,3	0,3	0,4

2. a. Déterminer l'espérance mathématique de X en fonction de k.

$$E(X) = 0,3 \times (-30) + 0,3 \times (k - 30) + 0,4 \times 30 = 0,3k - 6.$$

- b. Calculer la valeur de k pour laquelle le jeu est équitable, c'est-à-dire pour laquelle l'espérance est nulle. Calculer alors l'écart-type de X.

$$E(X) = 0 \text{ équivaut à } 0,3k - 6 = 0, \text{ soit } k = 20$$

Le jeu est équitable lorsque k=20.

$$V(X) = 0,3 \times (30)^2 + 0,3 \times (+10)^2 + 0,4 \times 30^2 - 0^2 = 660 ; \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 25,7.$$

3. La mise est désormais de 60 centimes. Soit Y la variable aléatoire correspondant au gain du joueur.

Calculer la valeur de k pour laquelle le jeu est équitable.

$$Y = X - 30, \text{ donc } E(Y) = E(X) - 30 = 0,3k - 6 - 30 = 0,3k - 36.$$

$$E(Y) = 0 \text{ équivaut à } 0,3k - 36 = 0, \text{ soit } k = 120$$

Exercice 03 : Dé

On dispose d'un dé cubique pipé dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On lance le dé et on observe le nombre sur la face du dessus.

On note p_i la probabilité de l'événement « Le nombre obtenu est i ».

Pour tout entier i compris entre 1 et 6.

1. Calculer les p_i , pour i de 1 à 6, sachant que :

$$p_1=p_2 \quad ; \quad p_3=3p_1 \quad ; \quad p_4=p_5=2p_1 \quad ; \quad p_6=2p_3.$$

On a $p_1+p_2+p_3+p_4+p_5+p_6=1$, d'où $p_1+p_1+3p_1+2p_1+2p_1+2 \times 3p_1=1$.

Donc $15p_1 = 1$ et, par suite, $p_1 = \frac{1}{15}, p_2 = \frac{1}{15}, p_3 = \frac{3}{15}, p_4 = \frac{2}{15}, p_5 = \frac{2}{15}$ et $p_6 = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

2. Calculer la probabilité d'obtenir un chiffre impair.

L'événement « Obtenir un chiffre impair » est réalisé par les issues 1, 3 et 5.

Sa probabilité est donc $p_1 + p_3 + p_5 = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Probabilités Loi de probabilité sur un ensemble fini - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Lois de probabilité sur un ensemble fini - Terminale - Exercices](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Probabilités Estimation - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Probabilités Indépendance - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Probabilités Intervalle de fluctuation - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Probabilités Loi de probabilité - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Probabilités Probabilité conditionnelle - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Terminale Mathématiques : Probabilités Loi de probabilité sur un ensemble fini

- [Cours Terminale Mathématiques : Probabilités Loi de probabilité sur un ensemble fini](#)