

Exercice 01 : Convergence

Etudier la convergence de chaque suite dont le terme général est donné ci-dessous.

1. $u_n = n^3 + (-1)^n$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $-1 \leq (-1)^n \leq 1$ donc : $n^3 - 1 \leq n^3 + (-1)^n \leq n^3 + 1$

d'où: $n^3 - 1 \leq u_n$. Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^3 - 1) = +\infty$, donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

La suite (u_n) diverge et sa limite est $+\infty$.

2. $v_n = 4 - 2^n$

Comme $2 > 1$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n = +\infty$, donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$.

La suite (v_n) diverge et sa limite est $-\infty$.

3. $w_n = \frac{5^n + 1^n}{3^n}$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n = \frac{5^n + 1^n}{3^n} = \frac{5^n}{3^n} + \frac{1^n}{3^n} = \left(\frac{5}{3}\right)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^n$

Comme $\frac{5}{3} > 1$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{3}\right)^n = +\infty$, et Comme $-1 < \frac{1}{3} < 1$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$.

donc: $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = +\infty$.

La suite (w_n) diverge et sa limite est $+\infty$.

4. $x_n = \sin(n) - 3n$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $-1 \leq \sin(n) \leq 1$ donc $-1 - 3n \leq \sin(n) - 3n \leq 1 - 3n$

d'où: $x_n \leq 1 - 3n$. Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 - 3n) = -\infty$, donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = -\infty$.

La suite (x_n) diverge et sa limite est $-\infty$.

5. $y_n = \frac{(-1)^{n+2n}}{3n}, n \geq 1$

Pour tout $n \geq 1$, $-1 \leq (-1)^n \leq 1$ donc $-1 + 2n \leq (-1)^n + 2n \leq 1 + 2n$

comme $3n > 0$, d'où: $\frac{-1 + 2n}{3n} \leq \frac{(-1)^n + 2n}{3n} \leq \frac{1 + 2n}{3n}$

c'est à dire : $\frac{-1}{3n} + \frac{2}{3} \leq y_n \leq \frac{1}{3n} + \frac{2}{3}$

Comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{3n} + \frac{2}{3} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3n} + \frac{2}{3} \right) = \frac{1}{2}$, donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = \frac{1}{2}$ (théorème d'encadrement)

La suite (y_n) converge vers $\frac{1}{2}$.

Exercice 02 : Démonstrations

Soit (u_n) , une suite définie sur $\mathbb{N}$ dont aucun terme n'est nul et la suite (v_n) , définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$v_n = \frac{-3}{u_n}$$

Pour chacune des propositions ci-dessous, indiquer si elle est vraie ou fausse et proposer une démonstration.

1. Si (u_n) est convergente, alors (v_n) est convergente.

Faux : si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$, alors v_n est divergente.

Par exemple :

$$u_n = \frac{1}{2n+1}, \quad \text{alors } v_n = \frac{-3}{\frac{1}{2n+1}} = -3(2n+1) = -6n-3 \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} v = -\infty.$$

2. Si (u_n) est minorée par 3, alors (v_n) est minorée par -1 .

Vrai : si (u_n) est minorée par 3, alors pour tout n , $u_n \leq 3$. Donc $\frac{1}{u_n} \geq \frac{1}{3}$

d'où : $\frac{-3}{u_n} \leq -1$, donc : $v_n \leq -1$ donc (v_n) est minorée par -1

3. Si (u_n) est décroissante, alors (v_n) est décroissante.

Faux : u_n ne garde pas un signe constant.

Par exemple :

$u_n = -2 + 9$, (u_n) est décroissante et (v_n) n'est décroissante qu'à partir du rang 5.

4. Si (u_n) est divergente, alors (v_n) est convergente vers 0.

Faux, par exemple :

$u_n = (-1)^n$ est divergente, alors $v_n = -3(-1)^{-n}$ donc (v_n) ne converge pas.

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Limite d'une suite - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Comparaison - Limite - Terminale - Exercices corrigés Terminale](#)

Découvrez d'autres exercices en : Terminale Mathématiques : Les suites Limite d'une suite

- [Opérations sur les limites - Terminale - Exercices corrigés](#)
- [Limites de suites - Terminale - Exercices à imprimer](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Sens de variation d'une suite - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Suite majorée minorée - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Suite récurrente - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Suites géométriques - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Terminale Mathématiques : Les suites Limite d'une suite

- [Cours Terminale Mathématiques : Les suites Limite d'une suite](#)