

## Opérations sur les limites - Correction

### Exercice 01 : Opérations sur les limites

Calculer la limite de la suite  $(u_n)$  dans chacun des cas suivants, indiquer la propriété utilisée.

1.  $u_n = 3 + \frac{2}{n+1}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 = 2 \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1) = +\infty, \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{(n+1)} = 0 \text{ (par quotient)}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 3 = 3 \text{ donc et } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2, \text{ (par somme)}$$

2.  $u_n = n^2 - 3n - 6$

$$u_n = n^2 - 3n - 6 = n^2 \left( 1 - \frac{3}{n} - \frac{6}{n^2} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 1 - \frac{3}{n} - \frac{6}{n^2} \right) = 1, \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty, \text{ (par produit)}$$

3.  $u_n = \frac{4+n}{n^2-n+1}$

$$u_n = \frac{4+n}{n^2-n+1} = \frac{n \left( \frac{4}{n} + 1 \right)}{n^2 \left( 1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right)} = \frac{\left( \frac{4}{n} + 1 \right)}{n \left( 1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right)}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = 1, \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} n \left( 1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = +\infty \text{ (par produit)}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{4}{n} + 1 \right) = 1 \text{ donc et } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0, \text{ (par quotient).}$$

4.  $u_n = 5n^2 + 2n - 8$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (5n^2) = +\infty \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} (2n - 8) = +\infty, \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty \text{ (par somme)}$$

5.  $u_n = -n\sqrt{n}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (-n) = -\infty \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = +\infty, \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty \text{ (par produit)}$$

### Exercice 02 : Avec deux suites

Soient  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites définies pour tout entier naturel  $n$ , par :

$$u_n = 2n^2 - n \text{ et } v_n = n^3 - 2n + 2$$

Déterminer les limites des suites suivantes :

1.  $u_n$

$$u_n = 2n^2 - n = 2n(n - 1)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n = +\infty \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} (n - 1) = +\infty, \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty \text{ (par produit)}$$

$$2. v_n$$

$$v_n = n^3 - 2n + 2 = n^3 \left(1 - \frac{2}{n^2} + \frac{2}{n^3}\right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 = +\infty \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n^2} + \frac{2}{n^3}\right) = 1, \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty, \text{ (par produit)}$$

$$3. w_n = \frac{v_n}{u_n}$$

$$w_n = \frac{v_n}{u_n} = \frac{n^3 - 2n + 2}{2n^2 - n} = \frac{n^3 \left(1 - \frac{2}{n^2} + \frac{2}{n^3}\right)}{2n^2 \left(1 - \frac{1}{n}\right)} = \frac{n}{2} \left( \frac{1 - \frac{2}{n^2} + \frac{2}{n^3}}{1 - \frac{1}{n}} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2} = +\infty, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n^2} + \frac{2}{n^3}\right) = 1, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1, \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{1 - \frac{2}{n^2} + \frac{2}{n^3}}{1 - \frac{1}{n}} \right) = 1$$

$$\text{donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = +\infty \text{ (par produit)}$$

$$4. t_n = \frac{u_n}{v_n}$$

$$t_n = \frac{u_n}{v_n} = \frac{2n^2 - n}{n^3 - 2n + 2} = \frac{2n^2 \left(1 - \frac{1}{n}\right)}{n^3 \left(1 - \frac{2}{n^2} + \frac{2}{n^3}\right)} = \frac{2}{n} \left( \frac{1 - \frac{1}{n}}{1 - \frac{2}{n^2} + \frac{2}{n^3}} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{n} = 0, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n^2} + \frac{2}{n^3}\right) = 1, \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{1 - \frac{1}{n}}{1 - \frac{2}{n^2} + \frac{2}{n^3}} \right) = 1$$

$$\text{donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = 0 \text{ (par produit)}$$

$$5. x_n = u_n + v_n$$

$$x_n = u_n + v_n = 2n^2 - n + n^3 - 2n + 2 = n^3 + 2n^2 - 3n + 2 = n^3 \left(1 + \frac{2}{n} - \frac{3}{n^2} + \frac{2}{n^3}\right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 = +\infty \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{n} - \frac{3}{n^2} + \frac{2}{n^3}\right) = 1, \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = +\infty \text{ (par produit)}$$

$$6. x_n = u_n - v_n$$

$$x_n = u_n - v_n = 2n^2 - n - (n^3 - 2n + 2) = -n^3 + 2n^2 + n - 2 = n^3 \left(-1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{2}{n^3}\right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 = +\infty \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{2}{n^3}\right) = -1, \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = -\infty \text{ (par produit)}$$

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Opérations sur les limites - Terminale - Exercices corrigés](#)

Découvrez d'autres exercices en : Terminale Mathématiques : Les suites

- [Majorées, minorées - Terminale - Exercices sur les suites](#)
- [Suites géométriques et arithmétiques - Terminale - Exercices corrigés](#)
- [Comparaison - Limite - Terminale - Exercices corrigés Terminale](#)
- [Limites de suites - Terminale - Exercices à imprimer](#)
- [Variations des suites - Terminale - Exercices corrigés](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Limite d'une suite - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Sens de variation d'une suite - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Suite majorée minorée - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Suite récurrente - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Les suites Suites géométriques - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Terminale Mathématiques : Les suites

- [Cours Terminale Mathématiques : Les suites](#)