Dérivée f' de f - Correction

Exercice 01 :

Soit la fonction f définie sur R par : $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 3x^2 + 8x + 6$ C sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Calculer la dérivée f' de f. Etudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x et en déduire le sens de variation de f.

f est dérivable sur R et a pour dérivée $f'(x) = -2x^2 + 6x + 8$

$-2x^2 + 6x + 8$ est un trinôme qui a comme discriminant $\Delta = 100 > 0$ Donc l'équation

$-2x^2 + 6x + 8 = 0$ admet deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\text{Donc } x_1 = \frac{-6 - \sqrt{100}}{-4} = 4 \quad \text{et } x_2 = \frac{-6 + \sqrt{100}}{-4} - 1$$

Donc :

$-2x^2 + 6x + 8 > 0$ pour $x \in \left]-1\,;4\right[$

$-2x^2 + 6x + 8 < 0$ pour $x \in \left]-\infty\,;-1\right[\cup \left]4\,;+\infty\right[$

On dresse le tableau de variation de f :

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
Variation de $f(x)$	↘		$\frac{5}{3}$	↗	$\frac{130}{3}$	↘	

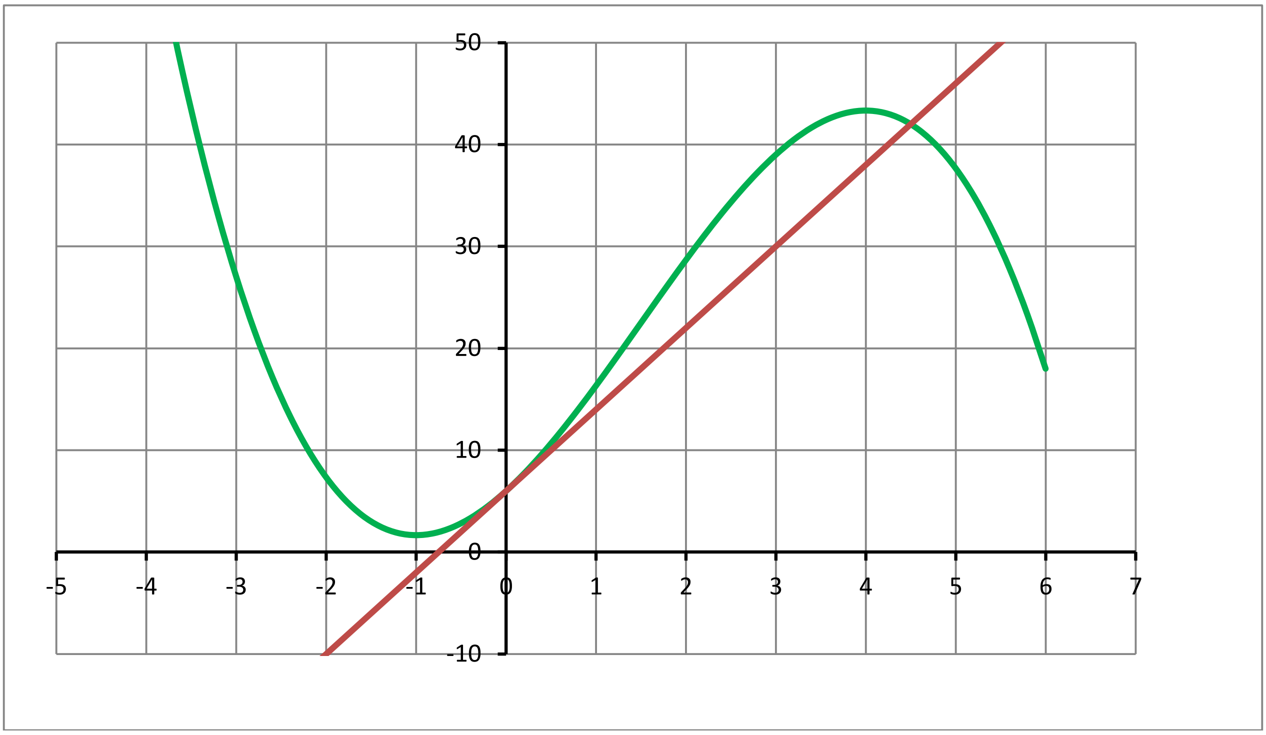
2. Calculer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0. En déduire une valeur approchée de $f(0.05)$.

Pour a = 0, $f(0)=6$ et $f'(0) = 8$. Une équation de la tangente au point d'abscisse 0 est :

$$y = 8x + 6$$

0.05 est très proche de 0, une valeur approchée de f (0.05) est obtenue en prenant l'équation de la tangente en 0 : 8 X 0.05 + 6 = 6.4 donc $f(0.05) \approx 6.4$

3. Tracer la courbe C, ses tangentes horizontales et la tangente en 0.



<u>Exercice 02 :</u>

Soit f la fonction définie sur R $-\{2\}$ par : $f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. Résoudre les inéquations : $f(x) \geq 10$ et $3 < f(x) \leq 3.01$.

$$f(x) \geq 10 \Leftrightarrow \frac{3x-1}{x-2} \geq 10 \Leftrightarrow \frac{3x-1}{x-2} - 10 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x-1-10(x-2)}{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-7x+19}{x-2} \geq 0$$

On dresse un tableau de signes :

x	$-\infty$		2		19/7		$+\infty$
$-7x+19$		+		+	0	-	
$x-2$		-	0	+		+	
$\frac{-7x+19}{x-2}$		-	‖	+	0	-	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation est : $\left]2\,;\,\frac{19}{7}\right]$

$3 < f(x) \leq 3.01 \;\Leftrightarrow\; 3 < f(x)$ et $f(x) \leq 3.01$

$$3 < f(x) \Leftrightarrow 3 - \frac{3x-1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{3(x-2)-(3x-1)}{x-2} < 0 \Leftrightarrow \frac{-5}{x-2} < 0 \Leftrightarrow x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$$

$$f(x) \leq 3.01 \Leftrightarrow \frac{3x-1}{x-2} - 3.01 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{0.01x+5.02}{x-2} \leq 0$$

On dresse le tableau des signes suivant :

x	$-\infty$		2		502		$+\infty$
$0.01x+5.02$		+		+	0	-	
$x-2$		-	0	+		+	
$\frac{0.01x+5.02}{x-2}$		-	‖	+	0	-	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation est : $]-\infty\ ;\ 2] \cup [2\ ;\ +\infty[$

Donc l'ensemble de solutions de l'inéquation $f(x) \geq 10$ et $3 < f(x) \leq 3.01$ est : $[502\ ;\ +\infty[$

2. Vérifier que *f* peut s'écrire sous la forme $f(x) = 3 + \frac{5}{x-2}$

$$3 + \frac{5}{x-2} = \frac{3(x-2)+5}{x-2} = \frac{3x-1}{x-2} = f(x)$$

3. Etudier les variations de *f*.

f est dérivable sur son ensemble de définition, donc *f* et a pour dérivée :

$$f'(x) = \frac{5}{(x-2)^2}$$

La dérivée est toujours négative, donc *f* est décroissante sur $]-\infty\ ;\ 2]$ et sur $[2\ ;\ +\infty[$

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Les Dérivées - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- Dérivée f’ de f - Première - Exercices corrigés

Découvrez d'autres exercices en : Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Les D

- Nombre dérivé - Première - Exercices corrigés
- Dérivées - Calcul - 1ère - Exercices corrigés
- Dérivées - Utilisation Première - Exercices corrigés

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Equation du second degré - PDF à imprimer
- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonction racine carrée - PDF à imprimer
- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonction valeur absolue - PDF à imprimer
- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions homographiques - PDF à imprimer
- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions polynômes de degré 2 - PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Les Dérivées

- Cours Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Les Dérivées