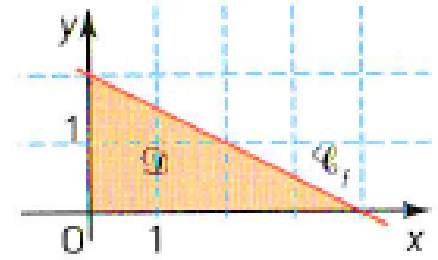


Intégrale d'une fonction continue et positive - Correction

Exercice 01 : Calcul d'aire avec un repère.

Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et φ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité graphique de 1.5 cm.

Quelle est, en cm^2 l'aire A du domaine D délimité par φ_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 4$?



$$f'(x) = 3e^x(e^x + 1)^2$$

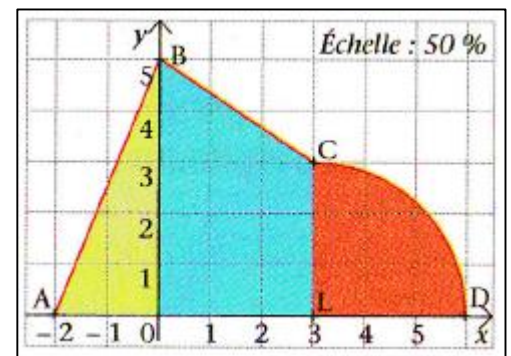
Comme f est continue et positive sur $[0 ; 4]$, l'aire du domaine D , en unités d'aire, est $\int_0^4 f(x)dx$.

$$A = \text{Aire sous la courbe} = \text{aire du triangle} = \frac{4 \times 2}{2} = 4.$$

L'unité d'aire correspond à $1.5 \times 1.5 \text{ cm}^2$, donc $A = 4 \times 2.25 = 9 \text{ cm}^2$.

Exercice 02 : Figure composée

On cherche à calculer l'aire sous la courbe de la fonction f représentée sur l'intervalle $[-2 ; 6]$ par ligne brisée ABCD de la figure, pour ce faire, nous utilisons un plan muni d'un repère orthonormé d'unité le cm.



1. Calculer l'aire du triangle OAB.

Le triangle OAB est rectangle en O ; il a pour aire : $\frac{OA \times OB}{2} = \frac{2 \times 5}{2} = 5 \text{ cm}^2$.

2. Calculer l'aire du trapèze OBCL.

L'aire du trapèze OBCL est donnée par : $\frac{(OB+CL) \times OL}{2} = \frac{(5+3) \times 3}{2} = 12 \text{ cm}^2$.

3. Calculer l'aire du quart de cercle de centre L.

L'aire du trapèze OBCL est donnée par : $\frac{1}{4} \pi \times CL^2 = \frac{1}{4} \pi \times 3^2 = 2.25\pi \text{ cm}^2$.

4. En déduire l'aire sous la courbe sur l'intervalle $[-2 ; 6]$.

L'aire sous la courbe sur l'intervalle $[-2 ; 6]$ est la somme des trois précédentes, soit $5 + 12 + 2.25\pi$, donc $17 + 2.25\pi$, soit environ 24 cm^2 .

5. En déduire la valeur des intégrales : $\int_{-2}^0 (2.5x + 5)dx$; $\int_0^3 \left(\frac{-2}{3}x + 5\right)dx$; $\int_3^6 (\sqrt{-x^2 + 6x})dx$ et $\int_{-2}^6 f(x)dx$

Comme la fonction f est continue et positive sur $[-2 ; 6]$, chacune des intégrales suivantes donne l'aire sous la courbe sur un intervalle. On vérifie l'écriture de f sur chaque portion de courbe.

La droite (AB) a pour équation $y = 2.5x + 5$; d'après 1. , $\int_{-2}^0 (2.5x + 5) dx = 5$.

La droite (BC) a pour équation $y = \frac{-2}{3}x + 5$; d'après 2. , $\int_0^3 \left(\frac{-2}{3}x + 5\right) dx = 12$

Le cercle de centre L(3 ; 0) et de rayon 3 a pour équation $(x - 3)^2 + y^2 = 9$ ou encore $x^2 - 6x + y^2 = 0$; par conséquent, $y^2 = -x^2 + 6x$. On déduit que le quart de cercle représente la fonction définie sur $[3 ; 6]$ par $x \rightarrow \sqrt{-x^2 + 6x}$, d'après 3. , $\int_3^6 \sqrt{-x^2 + 6x} dx = 2.25\pi$.

D'après 4. , $\int_0^6 f(x) dx = 17 + 2.25\pi$.

Exercice 03 : Dérivée et intégrale

Soit F la fonction définie sur $[2 ; +\infty[$ par $F(x) = \int_2^x \sqrt{t} dt$.

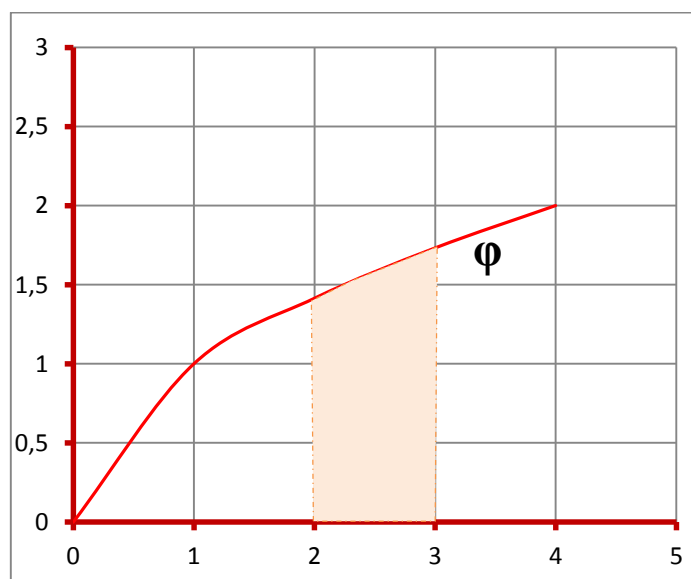
1. Déterminer la dérivée de F sur $[2 ; +\infty[$, puis le sens de variations de F .

Soit f la fonction définie sur $[2 ; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$. f est continue et positive sur $[2 ; +\infty[$, donc F est dérivable sur $[2 ; +\infty[$ et $F'(x) = \sqrt{x}$.

Pour tout réel $x \geq 2$, $F'(x) > 0$, donc F est strictement croissante sur $[2 ; +\infty[$.

2. Tracer la courbe représentative de la fonction racine carrée sur $[0 ; 4]$, puis donner une interprétation graphique du réel $F(3)$.

Comme f est continue et positive sur $[2 ; 3]$, $F(3)$ est l'aire, en unité d'aire, du domaine délimité par φ , l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = 2$ et $x = 3$.



Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités Intégrale et primitive - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Intégrale d'une fonction continue et positive - Terminale - Exercices](#)

Découvrez d'autres exercices en : Terminale Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités Intégrale et primitive

- [Propriétés de l'intégrale - Terminale - Exercices corrigés](#)
- [Primitives d'une fonction - Terminale - Exercices à imprimer](#)
- [Primitives - Intégrales - Terminale - Exercices sur les fonctions](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités Continuité d'une fonction - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités Dérivée d'une fonction - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités Limite d'une fonction - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Terminale Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités Intégrale et primitive

- [Cours Terminale Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités Intégrale et primitive](#)