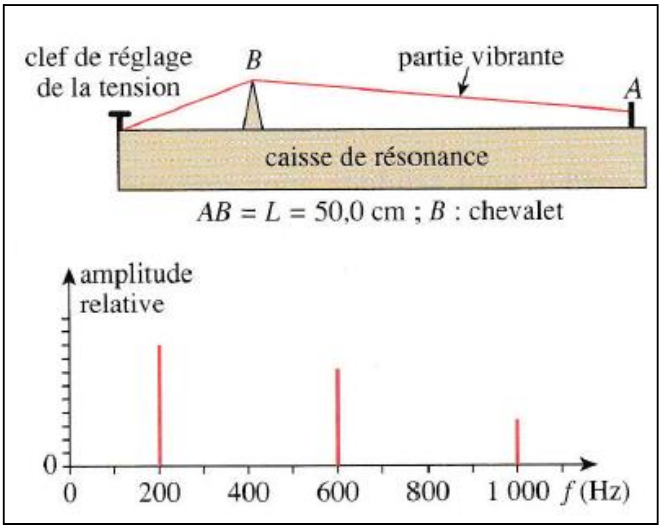
Sons et instruments de musique - Correction

Exercice 01 : Analyse d'un spectre de fréquences

On analyse le son produit en pinçant une corde de violon tendue entre deux points. (Figure ci-contre).



1. Quelle est la fréquence du son fondamental ?

Le son fondamental est l'harmonique de rang 1: il a pour fréquence $f_1 = 200\ Hz$.

2. Tous les premiers harmoniques sont-ils présents ? Justifier.

Les fréquences f_1 des harmoniques sont des multiples de la fréquence du son fondamental.

$$f_n = n.f_1 = n \text{ x } 200\ Hz\ (n \text{ entier supérieur à } 1).$$

Il manque l'harmonique de rang 2 (200 x 2 = 400 Hz) et l'harmonique de rang 4 (200 x 4 = 800 Hz).

3. Calculer la vitesse de propagation des ondes le long de cette corde.

Lorsque la corde émet 1e fondamental :

$$L = \frac{\lambda}{2}, \quad or\ \lambda = \frac{V}{f}\ donc\ V = 2L.f \quad donc\ \ V = 2\ x\ 0{,}5\ x\ 200 = 200\ m\,.s^{-1}.$$

Exercice 02 : Sons émis par les cordes vibrantes

On dispose d'un rouleau de fil de nylon calibré de masse linéique μ =0,95 g.m^{-1}. On peut réaliser des brins de ce fil de longueurs quelconques et tendre ces brins avec une tension quelconque.

On réalise d'abord des brins de longueurs différentes et on les tend entre deux points fixes avec une tension identique T = 80 N. On pince la corde et on la laisse vibrer devant un microscope relié à un oscilloscope, grâce auquel on mesure la fréquence fondamentale f du son entendu. On obtient le tableau 1.

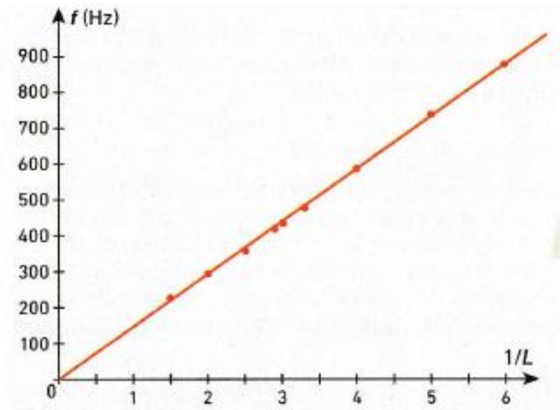
On réalise ensuite des brins de longueur L =33 cm et on les tend avec des tensions différentes. On pince la corde et on la laisse vibrer devant un microphone relié à un oscilloscope, grâce auquel on mesure la fréquence fondamentale f du son entendu. On obtient le tableau 2.

Tableau 1		
L (cm)	1/*L* (m^{-1})	*f* (Hz)
16,5	6,06	880
20	5,00	726
25	4,00	581
30	3,33	484
33	3,03	440
35	2,86	415
40	2,50	363
50	2,00	290
66	1,52	220

Tableau 2		
T (N)	*f* (Hz)	f^2($10^3$$Hz^2$)
10	155	24
30	269	72
50	348	121
80	440	194
100	492	242
120	538	289
150	602	362
180	640	410

1. Montrer que le premier tableau de mesures est cohérent avec la relation $f = \frac{c}{2L}$ où *c* est la célérité des ondes de vibration transversales le long de la corde. Préciser sa valeur numérique.

On trace le graphique de *f* en fonction de 1/*L*.



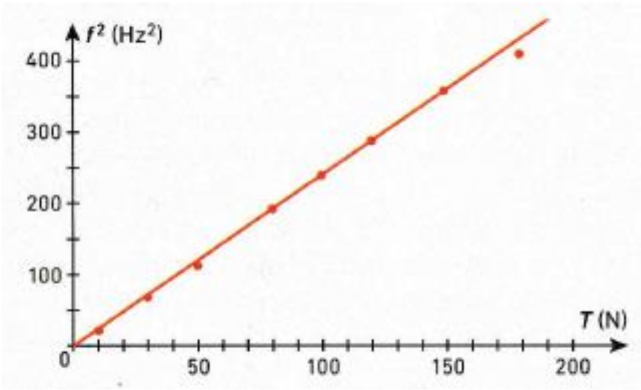
L'alignement des points avec l'origine prouve la validité du modèle : $f = \frac{c}{2L}$; la pente est égale à *c* / 2 = 145 $m.s^{-1}$, donc *c* = 290 $m.s^{-1}$.

2. La théorie des cordes vibrantes donne la formule de la célérité des ondes de vibration transversales en fonction de la tension de la corde et de sa masse linéique $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$. En déduire la relation appelée loi de Taylor donnant la fréquence fondamentale *f* en fonction de la longueur *L* de la corde, de sa tension *T* et de sa masse linéique μ. Vérifier son homogénéité.

En combinant les deux relations, on a $f = \frac{c}{2L} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$; qui est la loi de Taylor. L'unité de l'expression de droite vaut $\left(\frac{1}{m}\right).\sqrt{(kg.m.s^{-2})/(kg.m^{-1})} = \left(\frac{1}{m}\right).\sqrt{m^2.s^{-2}} = s^{-1} = Hz.$

3. Tracer le graphique donnant f^2 en fonction de T. Mettre en évidence le point aberrant et proposer une explication au problème expérimental qui s'est produit. Peut-on valider la loi de Taylor ?

Les trois points sont alignés avec l'origine à l'exception du dernier, considéré comme point aberrant. La tension étant très grande, il est possible que le fil se soit distendu (déformation plastique).



La loi de Tylor est validée à condition de vérifier la cohérence des coefficients directeurs. On mesure la pente de la droite 2410 Hz^2.N^{-1}. D'après la loi de Taylor, $f^2 = \frac{1}{4L^2\mu}.T \quad et \quad \frac{1}{4L^2\mu} = 2420\ Hz^2.N^-,$ l'accord est donc excellent, à moins de 1 % près.

4. Le violon comporte quatre cordes de longueur identique L = 33 cm, mais de masses linéiques et de tensions différentes. La corde de LA a pour tension T = 80 N et pour masse linéique μ = 0,95 g.m^{-1} ; donner sa fréquence fondamentale. La chanterelle, dont on tire les sons les plus aigus, est accordée pour donner un MI de fréquence f = 660 Hz ; sa masse linéique est μ = 0,44 g.m^{-1} ; calculer sa tension.

Ces données numériques ont été utilisées dans les deux tableaux et on a mesuré à chaque fois f = 440 Hz, ce qui est bien la valeur obtenue avec la loi de Taylor.

Pour la chanterelle, la loi de Taylor donne $T = 4\,f^2L^2\mu = 83\ N$.