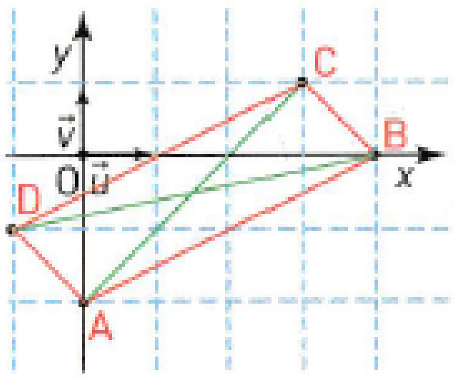
Forme géométrique d'un nombre complexe - Correction

Exercice 01 : Affixes

Dans un plan muni d'un repère orthonormé direct$(O;\ \vec{u},\vec{v})$, les points A, B, C et E sont les points d'affixes respectives :$z_A = -2i$; $z_B = 4$; $z_C = 3+i$; $z_E = 15+13i$.

1. Placer les points A, B et C.



2. Déterminer l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

L'affixe de $\overrightarrow{AB}$ est $z_B - z_A = 4-(-2i) = 4+2i$.

3. Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

ABCD est un parallélogramme équivaut à $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, donc $z_{\overrightarrow{AB}} = z_{\overrightarrow{DC}},\ soit\ z_B - z_A = z_C - z_D$

On obtient : $4+2i = 3+i-z_D$; donc $z_D = -1-i$

4. Déterminer l'affixe du milieu du segment [AC].

L'affixe du milieu [AC] est $\frac{z_A+z_C}{2} = \frac{-2i+3+i}{2} = \frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$.

5. Démontrer que $z_E - z_A = 5(z_C - z_A)$. Que peut-on en déduire ?

$z_E - z_A = 15+13i-(-2i) = 15+15i$ et $z_C - z_A = 3+i-(-2i) = 3+3i$

$z_E - z_A = 5(z_C - z_A)$ donc $\overrightarrow{AE} = 5\overrightarrow{AC}$: les points A, E et C sont alignés.

Exercice 02 : Module et argument

Soient z le nombre complexe de module 2 et d'argument $\frac{5\pi}{6}$ et z' le nombre complexe de module 3 et d'argument $-\frac{\pi}{2}$.

Déterminer le module et un argument des nombres complexes suivants :

1. $Z_1 = z\bar{z}$

On a $|z| = |\bar{z}|$; donc $|Z_1| = |z|X|\bar{z}| = |z|X|z| = |z|^2 = 2^2 = 4$.

On a $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z')\ [2\pi]$ *et* $\arg(\bar{z}) = -\arg(z)\ [2\pi]$

Donc $\arg(Z_1) = \arg(z) + \arg(\bar{z}) = \arg(z) - \arg(z) = 0[2\pi]$.

2. $Z_2 = \frac{-z}{z\prime}$

On a $\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|}$ et $|-z| = |z|$ donc : $|Z_2| = \left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|-z|}{|z'|} = \frac{|z|}{|z'|} = \frac{2}{3}$.

On a $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')\ [2\pi]$ *et* $\arg(-z) = \arg(z) + \pi$

Donc $\arg(Z_2) = \arg\left(\frac{-z}{z'}\right) = \arg(-z) - \arg(z')\ [2\pi] = \arg(z) + \pi - \arg(z')\ [2\pi]$.

Donc $\arg(Z_2) = \frac{5\pi}{6} + \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{3}[2\pi]$.

Exercice 03 : Démonstration

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct$(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. A tout nombre complexe $z = a + ib$, a et b étant des réels, on associe le nombre $z' = \frac{z+i}{\bar{z}+i}$, *avec* $\bar{z} \neq 0$. Déterminer l'ensemble des point *M*, image de *z*, tels que *z'* soit un nombre réel.

z est différent de *i* et *a* et *b* sont des réels.

$$z' = \frac{a + ib + i}{a - ib + i} = \frac{a + i(1 + b)}{a + i(1 - b)} = \frac{[a + i(1 + b)][a - i(1 - b)]}{[a + i(1 - b)][a - i(1 - b)]}$$

$$z' = \frac{a^2 - i(a - ab) + i(a + ab) - (1 + b)(1 - b)i^2}{a^2 - i^2(1 - b)^2} = \frac{a^2 - i(a - ab) + i(a + ab) + (1 + b)(1 - b)}{a^2 + (1 - b)^2}$$

$$z' = \frac{a^2 - ia + iab + ia + iab + 1 - b^2}{a^2 - (1 - b)^2} = \frac{a^2 - b^2 + 2iab + 1}{a^2 - (1 - b)^2} = \frac{a^2 - b^2 + 1}{a^2 - (1 - b)^2} + i\frac{2ab}{a^2 - (1 - b)^2}$$

Le nombre z' est un nombre réel équivaut à a = 0 ou b = 0 (avec z ≠ i).

L'ensemble des points M cherchés est constitué des deux axes du repère privé du point de coordonnées (0 ; 1).

PassEducation

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Exercices Terminale Mathématiques : Géométrie Nombres complexes Forme géométrique - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- Forme géométrique d'un nombre - Terminale - Exercices - Terminale

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices Terminale Mathématiques : Géométrie Nombres complexes Forme algébrique - PDF à imprimer
- Exercices Terminale Mathématiques : Géométrie Nombres complexes Forme trigonométrique - PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : Terminale Mathématiques : Géométrie Nombres complexes Forme géométrique

- Cours Terminale Mathématiques : Géométrie Nombres complexes Forme géométrique