

Forme algébrique d'un nombre complexe - Correction

Exercice 01 : Forme algébrique

Déterminer la forme géométrique des nombres complexes suivants :

1. $z_1 = (2 - 3i)^2$

$$z_1 = (2 - 3i)^2 = 4 - 2 \times 2 \times 3i + 9i^2 = 4 - 12i - 9 = -5 - 12i$$

2. $z_2 = (3 - 5i)(4 + i)$

$$z_2 = (3 - 5i)(4 + i) = 12 + 3i - 20i - 5i^2 = 12 - 17i + 5 = 17 - 17i$$

3. $z_3 = (4 - i\sqrt{3})^2$

$$z_3 = (4 - i\sqrt{3})^2 = 16 - 2 \times 4 \times i\sqrt{3} + 3i^2 = 16 - 8i\sqrt{3} - 3 = 13 - 8i\sqrt{3}$$

4. $z_4 = \frac{-2+3i}{1-2i}$

$$z_4 = \frac{-2+3i}{1-2i} = \frac{(-2+3i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{-2-4i+3i+6i^2}{1+4} = \frac{-2-i-6}{5} = \frac{-8}{5} - \frac{1}{5}i.$$

Exercice 02 : Opérations.

Soient les deux nombres complexes $z = 2 - 3i$ et $z' = -3 + i$. Donner l'écriture algébrique de :

1. $z + z'$

$$z + z' = (2 - 3i) + (-3 + i) = 2 - 3i - 3 + i = -1 - 2i$$

2. $3z + 5z'$

$$3z + 5z' = 3(2 - 3i) + 5(-3 + i) = 6 - 9i - 15 + 5i = -9 - 4i$$

3. zz'

$$zz' = (2 - 3i)(-3 + i) = -6 + 2i + 9i - 3i^2 = -6 + 11i + 3 = -3 + 11i$$

4. $z^2 z'$

$$z^2 z' = (2 - 3i)^2 (-3 + i) = (4 - 2 \times 2 \times 3i + 9i^2)(-3 + i) = (4 - 12i - 9)(-3 + i)$$

$$z^2 z' = (-5 - 12i)(-3 + i) = 15 - 5i + 36i - 12i^2 = 15 + 31i + 12 = 27 + 31i$$

5. $\frac{\overline{z+z'}}{zz'}$

$$\frac{\overline{z+z'}}{zz'} = \frac{-1+2i}{-3-11i} = \frac{(-1+2i)(-3+11i)}{(-3-11i)(-3+11i)} = \frac{3-11i-6i+22i^2}{9+121} = \frac{3-17i-22}{130} = \frac{-19}{130} - \frac{17}{130}i.$$

Exercice 03 : Equations

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes.

1. $7z - 3\bar{z} = 4 - 5i$

Soit $z = a + ib$, avec a et b deux nombres réels.

$$7z - 3\bar{z} = 4 - 5i \text{ équivaut à } 7(a + ib) - 3(a - ib) = 4 - 5i ; 7a + 7ib - 3a + 3ib = 4 - 5i$$

On en déduit que $4a + 10ib = 4 - 10i$; donc $4a = 4$ et $10b = -5$, alors $a = 1$ et $b = -\frac{1}{2}$

La solution de l'équation est $z = 1 - \frac{1}{2}i$.

2. $\frac{z-3}{2z+5} = i$

$\frac{z-3}{2z+5} = i$ équivaut à $z - 3 = 2iz + 5i$ (si $2z + 5 \neq 0$). donc : $z - 2iz = 5i + 3$; alors :

$$z(1 - 2i) = 3 + 5i ; z = \frac{3 + 5i}{1 - 2i} = \frac{(3 + 5i)(1 + 2i)}{(1 - 2i)(1 + 2i)} = \frac{3 + 6i + 5i + 10i^2}{1 + 4} = \frac{-7 + 11i}{5} = -\frac{7}{5} + \frac{11}{5}i$$

La solution de l'équation est $z = -\frac{7}{5} + \frac{11}{5}i$.

3. $5z^2 - 8z + 5 = 0$

$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 5 \times 5 = 64 - 100 = -36 = i^2 36 = (i6)^2$. Les solutions de l'équation sont :

$$z_1 = \frac{-(-8) - 6i}{10} = \frac{4 - 3i}{5} \text{ et } z_2 = \frac{-(-8) + 6i}{10} = \frac{4 + 3i}{5}$$

4. $\frac{5-z}{1-2z} = z$

$\frac{5-z}{1-2z} = z$ équivaut à $5 - z = z(1 - 2z)$; $2z^2 - 2z + 5 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 5 = 16 - 40 = -24 = i^2 24 = (i2\sqrt{6})^2$. Les solutions de l'équation sont :

$$z_1 = \frac{-(-2) - 2i\sqrt{6}}{4} = \frac{1 - 3i}{2} \text{ et } z_2 = \frac{-(-2) + 2i\sqrt{6}}{4} = \frac{1 + 3i}{2}$$

5. $2z^2 + 8z + 10 = 0$

$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 2 \times 10 = 64 - 80 = -16 = i^2 16 = (i4)^2$. Les solutions de l'équation sont :

$$z_1 = \frac{-8 - 4i}{4} = -2 - i \text{ et } z_2 = \frac{-8 + 4i}{4} = -2 + i$$

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Géométrie Nombres complexes Forme algébrique - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Forme algébrique d'un nombre complexe - Terminale - Exercices](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Géométrie Nombres complexes Forme géométrique - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Géométrie Nombres complexes Forme trigonométrique - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Terminale Mathématiques : Géométrie Nombres complexes Forme algébrique

- [Cours Terminale Mathématiques : Géométrie Nombres complexes Forme algébrique](#)