

Logarithme d'une fonction - Correction

Exercice 01 :

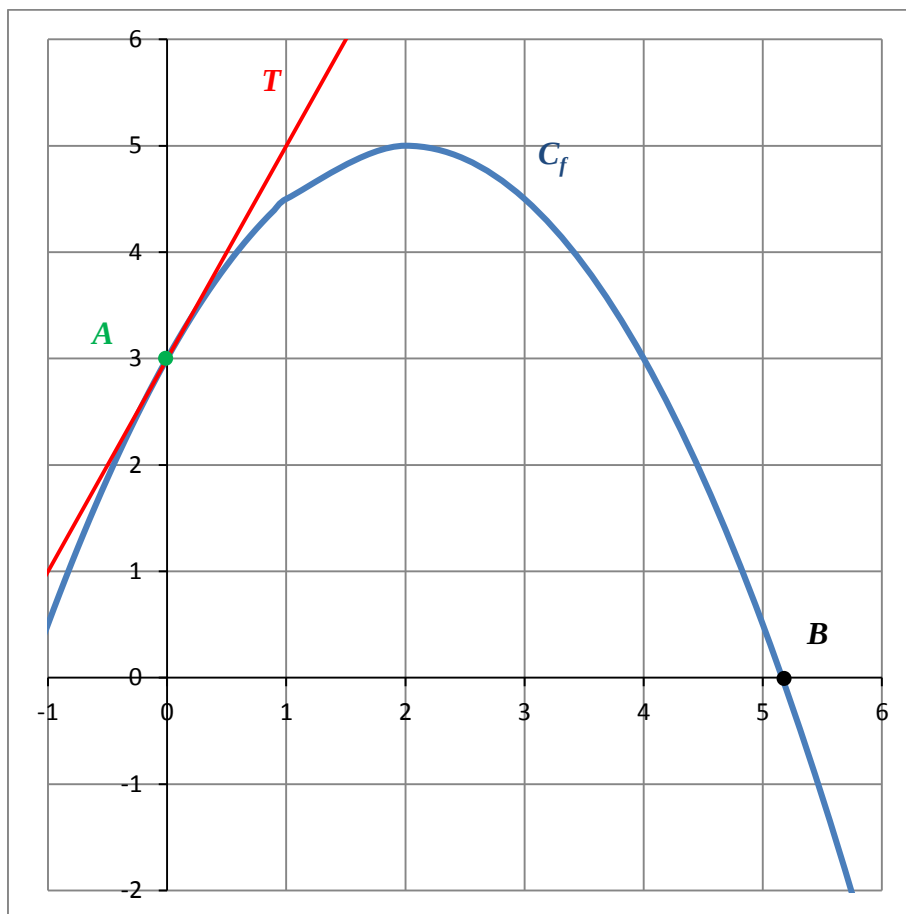
La courbe C_f ci-dessous représente, dans un plan muni d'un repère orthogonal, une fonction f définie sur l'intervalle.

On sait que la courbe C_f :

Coupe l'axe des ordonnées au point A d'ordonnée 3 et l'axe des abscisses au point B d'abscisse b.

Admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 2.

Admet la droite T pour tangente au point A.



La première partie :

Répondre sans justification aux questions suivantes.

1. Lire graphiquement $f(-1), f(0), f(2), f(5)$
2. Résoudre graphiquement, sur $[-1 ; 6]$, $f(x) = 0$ et $f(x) \geq 0.5$
3. Déterminer graphiquement $f'(0), f'(2)$

4. Résoudre graphiquement, sur $[-1 ; 6]$, $f'(x) > 0$

Les réponses aux questions de la première partie sont reportées dans le tableau suivant :

$f(-1) =$	0.5		$f(5) =$	0.5		$f'(0) =$	2
$f(0) =$	3		$f(x) = 0$	b		$f'(2) =$	0
$f(2) =$	5		$f(x) \geq 0.5$	$[-1 ; 5]$		$f'(x) > 0$	$[-1 ; 2[$

La deuxième partie :

On étudie la fonction g définie par : $g(x) = \ln[f(x)]$ ou $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.

Justifier avec soin les réponses de cette partie, utiliser les résultats de la première partie.

1. Préciser l'intervalle de définition I de la fonction.

La fonction existe si la fonction f est strictement positive. D'après la première partie, on peut dire :

$$D_g = [-1 ; b[$$

2. Déterminer la limite de la fonction quand x tend vers b .

$$\lim_{x \rightarrow b} f(x) = 0, \text{ donc } \lim_{x \rightarrow b} \ln X = -\infty, \text{ par composée de fonctions}$$

3. Déterminer les variations de la fonction sur l'intervalle I .

On sait que la fonction f est croissante pour tout $x \in]-1 ; b[$ et que f est décroissante pour tout $x \in]-1 ; 2[$.

De plus, la fonction $\ln$ est strictement croissante sur son ensemble de définition, on peut donc en conclure, d'après le théorème des fonctions composées, que la fonction $\ln[f(x)]$ a les mêmes variations que la fonction f .

4. Calculer l'image de -1, puis dresser le tableau de variations de g .

$$g(-1) = \ln[f(-1)] = \ln(0,5)$$

x	-1	2	b
g	$\ln(0,5)$	$\ln(5)$	$-\infty$

5. Calculer $g'(0)$, puis $g'(2)$.

Si $g(x) = \ln[f(x)]$, alors $g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$, ce qui permet de calculer :

$$g'(0) = \frac{f'(0)}{f(0)} = \frac{2}{3} \text{ et } g'(2) = \frac{f'(2)}{f(2)} = 0$$

6. Résoudre dans I l'inéquation $g(x) \geq -\ln 2$

$$g(x) \geq -\ln 2 \Leftrightarrow \ln[f(x)] \geq -\ln 2 \Leftrightarrow f(x) \geq \frac{1}{2}$$

La fonction $\ln$ étant strictement croissante. A l'aide de la première partie, on peut conclure que :

$$S = [-1 ; 5]$$

Troisième partie :

On admet que g est définie par une expression du type : $g(x) = \ln(ax^2 + bx + c)$

1. Déterminer les réels a , b et c , à l'aide des réponses des parties précédentes.

En utilisant $g(-1)$, $g'(0)$ et $g'(2)$ on peut poser un système permettant de déterminer les réels a , b et c .

$$g'(x) = \frac{2ax + b}{ax^2 + bx + c}$$

$$\begin{cases} \frac{b}{c} = \frac{2}{3} \\ \frac{2ax + b}{ax^2 + bx + c} = 0 \\ \ln(a - b + c) = \ln(0.5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b - 2c = 0 \\ 4a + b = 0 \\ a - b + c = 0.5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0.5 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

On peut conclure que : $g(x) = \ln(0.5x^2 + 2x + 3)$

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Fonctions - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Logarithme d'une fonction - Terminale - Exercices](#)

Découvrez d'autres exercices en : Terminale Mathématiques : Fonctions

- [Résolution d'équations et d'inéquations - TleS - Exercices de Terminale](#)
- [Intégrale d'une fonction continue et positive - Terminale - Exercices](#)
- [Logarithme décimale - Logarithme de base a - Terminale - Exercices](#)
- [Propriétés de l'intégrale - Terminale - Exercices corrigés](#)
- [Limites et croissances comparées - Terminale - Exercices](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Terminale Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Terminale Mathématiques : Fonctions

- [Cours Terminale Mathématiques : Fonctions](#)