

Calcul des dérivées - Correction

Exercice 01 : Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

a. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^4 - 2x^3 + 3x^2 - x + 7$

f est une fonction polynôme, donc elle est dérivable sur $\mathbb{R}$.

$$f'(x) = 5 \times 4x^3 - 2 \times 3x^2 + 3 \times 2x - 1$$

$$f'(x) = 20x^3 - 6x^2 + 6x - 1$$

b. g définie sur $[2; +\infty[$ par $g(x) = (3x + 4)\sqrt{x - 2}$

g est un produit de fonctions dérivables sur $]2; +\infty[$.

On pose $u(x) = 3x + 4$ et $v(x) = \sqrt{x - 2}$, $u'(x) = 3$ et $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$.

$$g'(x) = u' \times v + u \times v'$$

$$g'(x) = 3 \times \sqrt{x - 2} + (3x + 4) \times \frac{1}{2\sqrt{x - 2}} = \frac{(3\sqrt{x - 2})(2\sqrt{x - 2}) + (3x + 4)}{2\sqrt{x - 2}}$$

$$g'(x) = \frac{6(x - 2) + (3x + 4)}{2\sqrt{x - 2}} = \frac{6x - 12 + 3x + 4}{2\sqrt{x - 2}} = \frac{9x - 8}{2\sqrt{x - 2}}$$

$$g'(x) = \frac{9x - 8}{2\sqrt{x - 2}}$$

c. h définie sur $] -\infty; \frac{2}{3}[\cup]\frac{2}{3}; +\infty[$ par $h(x) = \frac{2x+1}{3x-2}$

h est un quotient de fonctions dérivables sur $] -\infty; \frac{2}{3}[\cup]\frac{2}{3}; +\infty[$.

On pose $u(x) = 2x + 1$ et $v(x) = 3x - 2$, $u'(x) = 2$ et $v'(x) = 3$.

$$h'(x) = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$$

$$h'(x) = \frac{2 \times (3x - 2) - (2x + 1) \times 3}{(3x - 2)^2} = \frac{6x - 4 - 6x - 3}{(3x - 2)^2} = \frac{-7}{(3x - 2)^2}$$

$$h'(x) = \frac{-7}{(3x - 2)^2}$$

Exercice 02 : Vérification

Vérifier les résultats suivants donnés par un logiciel de calcul formel.

Fonction	Dérivée
$f(x) = \frac{x^2 - 6x + 1}{x^2 + x + 1}$	$f'(x) = \frac{7(x^2 - 1)}{(x^2 + x + 1)^2}$
$f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x - 4}$	$f'(x) = \frac{2x^2 - 16x + 31}{(x - 4)^2}$

- $f(x) = \frac{x^2-6x+1}{x^2+x+1}$, f est un quotient de deux polynômes et le dénominateur n'est jamais nul ($\Delta = -3$) ; donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

On pose $u(x) = x^2 - 6x + 1$ et $v(x) = x^2 + x + 1$, $u'(x) = 2x - 6$ et $v'(x) = 2x + 1$.

$$f'(x) = \frac{u'Xv - uXv'}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{(2x-6)X(x^2+x+1) - (x^2-6x+1)(2x+1)}{(x^2+x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{7x^2-7}{(x^2+x+1)^2} = \frac{7(x^2-1)}{(x^2+x+1)^2}$$

- $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x-4}$, f est une somme de deux fonctions dérivables $\mathbb{R} - \{4\}$.

La première est une fonction affine et la deuxième est l'inverse de $x - 4$. On utilise $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$ pour la deuxième fonction. $v = x - 4$, $v' = 1$

$$f'(x) = 2 + \frac{-1}{(x-4)^2} = \frac{2(x-4)^2 - 1}{(x-4)^2} = \frac{2(x^2 - 8x + 16) - 1}{(x-4)^2} = \frac{2x^2 - 16x + 32 - 1}{(x-4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 16x + 31}{(x-4)^2}$$

Exercice 03 : Calculer la dérivée de la fonction suivante

f définie sur $[-1 ; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+1} + (x^2 + x - 3)^2$

f est une somme deux fonctions dérivables $[-1 ; +\infty[$. La première est une fonction racine carrée et la deuxième est un polynôme. On utilise : $(u + v)' = u' + v'$.

On pose $u(x) = \sqrt{x+1}$ et $v(x) = (x^2 + x - 3)^2$, $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

Pour le polynôme on utilise $(m^2)' = 2mm'$

On pose $m(x) = x^2 + x - 3$, d'où : $m'(x) = 2x + 1$, donc : $v'(x) = 2X(2x+1)X(x^2+x-3)$

$$v'(x) = 4x^3 + 6x^2 + 2x - 18$$

$$f'(x) = u'(x) + v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + 2X(2x+1)X(x^2+x-3)$$

$$f'(x) = \frac{1 + (2\sqrt{x+1})(2X(2x+1)X(x^2+x-3))}{2\sqrt{x+1}}$$

$$f'(x) = \frac{[1 + (2\sqrt{x+1})2X(2x+1)X(x^2+x-3)]X\sqrt{x+1}}{2\sqrt{x+1}X\sqrt{x+1}}$$

$$f'(x) = \frac{\sqrt{x+1} + 4(x+1)(2x+1)X(x^2+x-3)}{2(x+1)}$$

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Dérivées - Calcul - 1ère - Exercices corrigés](#)

Découvrez d'autres exercices en : Première - 1ère Mathématiques : Fonctions

- [Cosinus et sinus d'un réel - Première - Exercices de trigonométrie](#)
- [Angles orientés - Cercle trigonométrique - Première - Exercices](#)
- [Angle orienté de deux vecteurs non nuls - Première - Exercices corrigés](#)
- [Angle orienté - Radian - Première - Exercices de mesure](#)
- [Dérivée \$f'\$ de \$f\$ - Première - Exercices corrigés](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions - Généralités - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Trigonométrie - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Première - 1ère Mathématiques : Fonctions

- [Cours Première - 1ère Mathématiques : Fonctions](#)