Fonction homographique

Correction

Exercice 1 :

Soit la fonction f définie par :

$$f: x \to \frac{ax+b}{cx+d}$$

Le domaine de définition de f est :

$$D_f = \left]-\infty\,;\,-\frac{d}{c}\right[\cup \left]-\frac{d}{c}\,;\,+\infty\right[$$

Ou a, b, c et d sont des réels quelconques :

$c \neq 0$

$ad - bc \neq 0$

1. Que peut-on dire de la fonction f quand $ad - bc = 0$

$ad - bc = 0 \Rightarrow c\left(\frac{a}{c}d - b\right) = 0$

Posons :

$\frac{a}{c} = k$

On déduit de l'égalité précédente, puisque $c \neq 0$, que :

$\frac{a}{c}d - b = 0 \Rightarrow b = kd$

On a ainsi :

$a = kc \quad et \quad b = kd$

La fonction f s'écrit alors pour tout réel $x \neq -\frac{d}{c}$:

$$f(x) = \frac{kcx + kd}{cx+d} = \frac{k(cx+d)}{(cx+d)} = k$$

Conclusion :

La fonction f est constante sur son ensemble de définition, lorsque $ad - bc = 0$

2. Justifier que l'ensemble de définition de f est D_f :

Le quotient $\frac{ax+b}{cx+d}$ est défini si :

- $ax + b$ existe, ce qui vrai pour tout réel x.
- $cx + d$ existe, ce qui vrai pour tout réel x.
- $cx + d \neq 0$ ce qui est vrai si $x \neq -\frac{d}{c}$

L'ensemble de définition de f est donc D_f

On suppose $ad - bc > 0$

3. Calculer, pour tous réels x_1 , x_2 de l'intervalle $\left]-\frac{d}{c}; +\infty\right[$, $\quad f(x_1) - f(x_2)$

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{ax_1+b}{cx_1+d} - \frac{ax_2+b}{cx_2+d}$$

$$= \frac{(ax_1+b)(cx_2+d) - (cx_1+d)(ax_2+b)}{(cx_1+d)(cx_2+d)}$$

$$= \frac{acx_1x_2 + adx_1 + bcx_2 + bd - (acx_1x_1 + adx_1 + bcx_1 + bd)}{(cx_1+d)(cx_2+d)}$$

$$= \frac{ad((x_1 - x_2) + bc(x_2 - x_1)}{(cx_1+d)(cx_2+d)}$$

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{(ad - bc)(x_1 - x_2)}{(cx_1+d)(cx_2+d)}$$

4. Montrer que $f(x_1) - f(x_2)$ et $x_1 - x_2$ sont du même signe.

On suppose $ad - bc > 0$ et que x_1 , x_2 sont de l'intervalle $\left]-\infty\,;\,-\frac{d}{c}\right[$

Par hypothèse $d - bc > 0$

Par hypothèse $x_1 > -\frac{d}{c} \quad donc \quad x_1 + \frac{d}{c} > 0$

De même $x_2 > -\frac{d}{c} \quad donc \quad x_2 + \frac{d}{c} > 0$

On en déduit :

$\left(x_1 + \frac{d}{c}\right)\left(x_2 + \frac{d}{c}\right) > 0, \quad c^2\left(x_1 + \frac{d}{c}\right)\left(x_2 + \frac{d}{c}\right) > 0$

$(cx_1 + d)(cx_2 + d) > 0$

Le quotient $\frac{(ad-bc)(x_1-x_2)}{(cx_1+d)(cx_2+d)}$ a donc le même signe que et $x_1 - x_2$ et il en est de même pour $f(x_1) - f(x_2)$

On vient de montrer que, quels que soient les réels x_1 , x_2 de l'intervalle $\left]-\frac{d}{c}\,;\,+\infty\right[$,

Si $x_1 < x_2$ alors $f(x_1) < f(x_2)$.

Conclusion de la démonstration :

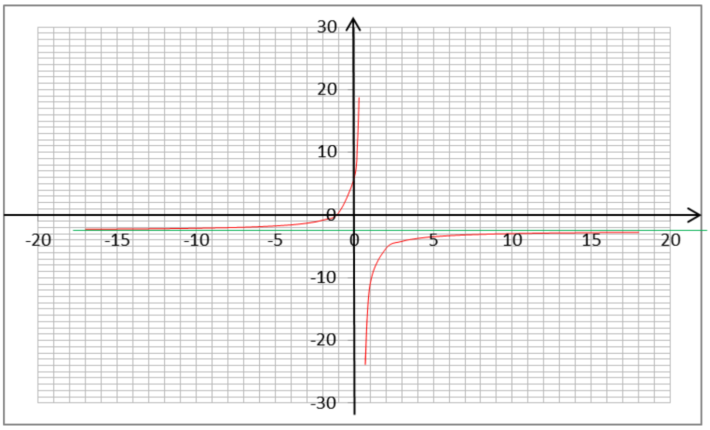
Par définition, f est strictement croissante sur $\left]-\frac{d}{c}; +\infty\right[$

Exercice 2 :

Soit la fonction g définie par :

$$g: x \to \frac{5x+6}{-2x+1}$$

1. Construire la courbe représentative de g dans son domaine de définition



PassEducation

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Exercices Seconde - 2nde Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions homographiques - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- Fonctions homographiques - 2nde - Exercices à imprimer

Découvrez d'autres exercices en : Seconde - 2nde Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonct

- Fonction homographique - 2nde - Exercices corrigés

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices Seconde - 2nde Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonction carré - PDF à imprimer
- Exercices Seconde - 2nde Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonction inverse - PDF à imprimer
- Exercices Seconde - 2nde Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions affines - PDF à imprimer
- Exercices Seconde - 2nde Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions polynômes de degré 2 - PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : Seconde - 2nde Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions hon

- Cours Seconde - 2nde Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions homographiques