

Sens de variation de $u + K$, λu et $1/u$ - Correction

Exercice 01 :

Soit la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x) = 2x - 7$

1. Préciser le sens de variation de u et étudier le signe de $u(x)$ selon les valeurs de x

u est une fonction affine de coefficient directeur positif 2, donc u est croissante sur $\mathbb{R}$.

$2x - 7 = 0$ si $x = 3.5$, donc $u(x) < 0$ si $x < 3.5$ et $u(x) > 0$ si $x > 3.5$

2. Soit la fonction f définie par : $f = \frac{1}{u}$

a. Quel est l'ensemble de définition de f ?

La fonction f est définie pour les valeurs de x telles que $u(x) \neq 0$, donc si $x \neq 3.5$, l'ensemble de définition de f est $\mathbb{R} \setminus \{3.5\}$

b. Etudier le sens de variation de f

Comme $f = \frac{1}{u}$ et u est croissante sur chacun des intervalles sur lesquels elle est définie, la fonction f est décroissante sur chacun des intervalles sur lesquels elle est définie.

Donc f est décroissante sur $] -\infty ; 3.5[$ et $] 3.5 ; +\infty [$

Exercice 02 :

Soit la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x^2$

1. Préciser le sens de variation de u et étudier le signe de $u(x)$ selon les valeurs de x .

La fonction carré est décroissante sur $] -\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$, elle s'annule en 0 et est positive sur $\mathbb{R}$.

2. Soit la fonction f définie par $f = \frac{1}{u}$

a. Quel est l'ensemble de définition de f ?

La fonction f est définie pour les valeurs de x telles que $u(x) \neq 0$ donc $x \neq 0$

L'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}^*$

b. Etudier le sens de variation de f .

Comme u est décroissante sur $] -\infty ; 0[$, la fonction f est croissante sur $] -\infty ; 0[$.

Comme u est croissante sur $] 0 ; +\infty[$, la fonction f est décroissante sur $] 0 ; +\infty[$.

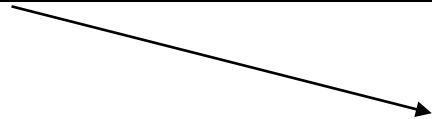
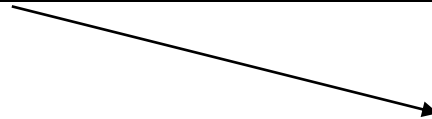
Exercice 03 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = 2 + \frac{4}{x-1}$

1. Quel est le sens de variation de la fonction v définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $v(x) = \frac{4}{x-1}$, en déduire le sens de variation de f .

On étudie le sens de variation de la fonction v définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $v(x) = \frac{4}{x-1}$

La fonction u définie par $u(x) = x - 1$ est croissante sur $\mathbb{R}$ et s'annule pour $x = 1$. Donc la fonction $\frac{1}{u}$ est décroissante sur $\mathbb{R} - \{1\}$. Comme $v = 4 \times \frac{1}{u}$, v est aussi décroissante sur $\mathbb{R} - \{1\}$. Comme $f = v + 2$, f est décroissante sur $\mathbb{R} - \{1\}$. On dresse le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Variation de $f(x)$			

2. Soit la fonction g définie par $g = \frac{1}{f}$

a. Quel est l'ensemble de définition D_g de g .

La fonction g est définie pour les valeurs de x telles que $f(x) \neq 0$

On résout l'équation $f(x) = 0$

$$\text{Si } x \neq 1, 2 + \frac{4}{x-1} = 0 \Rightarrow \frac{4}{x-1} = -2 \Rightarrow 4 = -2(x-1) \Rightarrow 4 = -2x + 2 \Rightarrow x = -1$$

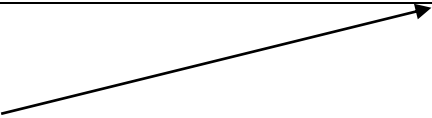
La solution de l'équation $f(x) = 0$ est -1 donc $D_g = \mathbb{R} - \{-1\}$

b. Etudier le sens de variation de g .

Comme $g = \frac{1}{f}$ et que f est décroissante sur chacun des intervalles sur lesquels elle est définie, la fonction g est croissante sur chacun des intervalles sur lesquels elle est définie.

Donc g est croissante sur $D_g = \mathbb{R} - \{-1\}$

On dresse le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
Variation de $g(x)$			

3. Démontrer que, pour tout réel x de D_g $g(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{x+1}$

On transforme l'écriture de f :

$$f(x) = 2 + \frac{4}{x-1} = \frac{2(x-1) + 4}{x-1} = \frac{2x+2}{x-1}$$

$$\text{Comme } g = \frac{1}{f}, g(x) = \frac{x-1}{2x+2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{x+1} = \frac{1 \times (x+1) - 1 \times 2}{2(x+1)} = \frac{x-1}{2(x+1)}$$

Donc la forme réduite de g est :

$$g(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{x+1}$$

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions homographiques - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Sens de variation - Première - Exercices corrigés](#)

Découvrez d'autres exercices en : Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonct

- [Homographiques - Première - Exercices corrigés sur les fonctions](#)
- [Calcul avec les fractions - Première - Exercices corrigés - Rappel](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Equation du second degré - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonction racine carrée - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonction valeur absolue - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions polynômes de degré 2 - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Les Dérivées - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions hom

- [Cours Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions homographiques](#)