Fonction racine carrée - Correction

Exercice 01 : Simplifier les écritures suivantes

$$A = 12\sqrt{50} - 5\sqrt{98} - 3\sqrt{162}$$

$$A = 12\sqrt{50} - 5\sqrt{98} - 3\sqrt{162} = 12\sqrt{25 \times 2} - 5\sqrt{49 \times 2} - 3\sqrt{81 \times 2}$$

$$A = 12\sqrt{25}\sqrt{2} - 5\sqrt{49}\sqrt{2} - 3\sqrt{81}\sqrt{2} = 12 \times 5 \times \sqrt{2} - 5 \times 7 \times \sqrt{2} - 3 \times 9 \times \sqrt{2}$$

$$A = (60 - 35 - 27)\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

$$B = \frac{20 - \sqrt{50}}{20}$$

$$B = \frac{20 - \sqrt{50}}{20} = \frac{20 - \sqrt{25 \times 2}}{20} = \frac{20 - 5\sqrt{2}}{20} = \frac{5 \times 4 - 5\sqrt{2}}{5 \times 4} = \frac{4 - \sqrt{2}}{4} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$B = 1 - \frac{\sqrt{2}}{4} = 1 - \frac{1}{4}\sqrt{2}$$

$$C = \frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$$

$$C = \frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = \frac{(3 - \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})}{(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})} = \frac{(3 - \sqrt{5})^2}{3^2 - \sqrt{5}^2} = \frac{3^2 - 2X3X\sqrt{5} + \sqrt{5}^2}{9 - 5} = \frac{9 - 6\sqrt{5} + 5}{4} = \frac{4 - 6\sqrt{5}}{4}$$

$$C = 1 - \frac{3}{2}\sqrt{5}$$

$$D = \frac{(2 X \sqrt{3})^2}{(\sqrt{6})^3}$$

$$D = \frac{(2 X \sqrt{3})^2}{(\sqrt{6})^3} = \frac{2^2 X \sqrt{3}^2}{(\sqrt{6})^2 X (\sqrt{6})^1} = \frac{4 X 3}{6\sqrt{6}} = \frac{12}{6\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6} X \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$$

Exercice 02 : Opérations avec les racines carrées

On donne $a = 3 + \sqrt{7}$ et $b = 3\sqrt{7}$.

a. Calculer a^2 et b^2 .

$$a^2 = (3 + \sqrt{7})^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{7} + \sqrt{7}^2 = 9 + 6\sqrt{7} + 7 = 16 + 6\sqrt{7} = 8 + 3\sqrt{7}$$

$$b^2 = (3\sqrt{7})^2 = 3^2 X \sqrt{7}^2 = 9 X 7 = 63$$

b. Calculer $\frac{a}{b}$, $\frac{b}{a}$ et ab

$$\frac{a}{b} = \frac{3 + \sqrt{7}}{3\sqrt{7}} = \frac{\left(3 + \sqrt{7}\right)X\sqrt{7}}{3\sqrt{7}X\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7} + \sqrt{7}^2}{3\sqrt{7}^2} = \frac{3\sqrt{7} + 7}{3X7} = \frac{7 + 3\sqrt{7}}{21}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{3\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}X(3-\sqrt{7})}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})} = \frac{3\sqrt{7}X3-3\sqrt{7}X\sqrt{7}}{3^2-\sqrt{7}^2} = \frac{9\sqrt{7}-3X7}{9-7} = \frac{9\sqrt{7}-21}{2}$$

$$ab = (3+\sqrt{7})(3\sqrt{7}) = 3X3\sqrt{7}+3\sqrt{7}X\sqrt{7} = 9\sqrt{7}+3\sqrt{7}^2 = 9\sqrt{7}+3X7 = 21+9\sqrt{7} = 7+3\sqrt{7}$$

Exercice 03: Fonction racine

On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{12 - x}$

a. Calculer les images par f des nombres : -4; 0; 3; 12.

$$f(-4) = \sqrt{12 - (-4)} = \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4$$
 ; $f(0) = \sqrt{12 - 0} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$$f(3) = \sqrt{12 - 3} = \sqrt{9} = 3$$
 ; $f(12) = \sqrt{12 - 12} = \sqrt{0} = 0$

b. Donner l'ensemble de définition de f.

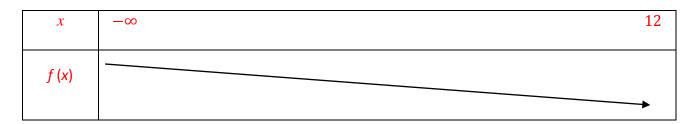
L'ensemble de définition de f est l'intervalle qui rend f toujours positive.

$$\sqrt{12-x}$$
 existe, si et seulement, si : $12-x \ge 0$: $x \le 12$; $D_f =]-\infty$; 12]

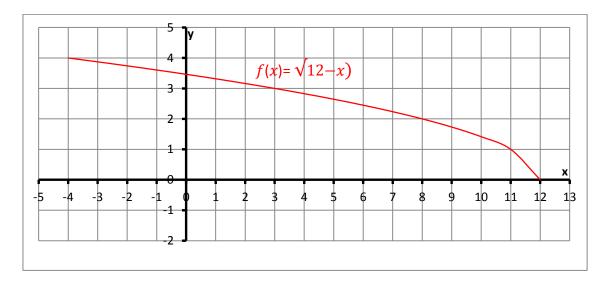
c. Etudier le sens de variation de f.

On pose u(x) = 12 - x. La fonction u est une fonction affine de coefficient directeur négatif (- 1). Elle est donc décroissante sur R. elle s'annule pour la valeur 12 est positive sur l'intervalle] $-\infty$; 12].

Comme la fonction u est décroissante sur] $-\infty$; 12], f est aussi décroissante sur] $-\infty$; 12]



d. Tracer la courbe représentative de f sur [-4; 12]



e. Résoudre graphiquement et par calcul l'inéquation f(x) > 3.

Graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation f(x) > 3 est $] - \infty$; 3[.

$$f(x) > 3 \iff \sqrt{12 - x} > 3$$

$$\iff (\sqrt{12 - x})^2 > 3^2 \quad \text{et } x \in]-\infty; 12]$$

$$\iff 12 - x > 9 \quad \text{et } x \in]-\infty; 12]$$

$$\iff x < 3 \quad \text{et } x \in]-\infty; 12]$$

On retrouve l'ensemble des solutions $]-\infty$; 3]

Exercice 04: Fonction racine carrée

Soit la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{-2x^2 - 5x + 3}$

a. Déterminer l'ensemble de définition de g.

L'ensemble de définition de g est l'intervalle qui rend g toujours positive.

$$\sqrt{-2x^2-5x+3}$$
 existe, si et seulement, si : $-2x^2-5x+3 \ge 0$: résolvons cette inéquation.

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \text{ X } (-2) \text{ X } (3) = 25 + 24 = 49 > 0$$
, l'équation $-2x^2 - 5x + 3$ admet deux solution dans \mathbb{R} :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) - \sqrt{49}}{2X(-2)} = \frac{5 - 7}{-4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) + \sqrt{5}}{2X(-2)} = \frac{5+7}{-4} = \frac{12}{-4} = -3$$

Donc:
$$-2x^2 - 5x + 3 = (x - \frac{1}{2})(x + 3)$$
: $-x^2 - x + 1 \ge 0$,

х	-∞	-3		$\frac{1}{2}$	+∞
$\left(x-\frac{1}{2}\right)$	-1		-	•	+
(x + 3)	1	0	+		+
$-2x^2 - 5x + 3$	+	0	-	0	+

si $x \in]-\infty$; $-3]U[\frac{1}{2}$; $+\infty[$, donc l'ensemble de définition de g est $D_g =]-\infty$; $-3]U[\frac{1}{2}$; $+\infty[$

b. Etudier les variations de g. Dresser le tableau de variations de g.

On pose
$$u = -2x^2 - 5x + 3$$
; La forme canonique de u est : $u(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \gamma$, où $\gamma = u\left(\frac{-b}{2a}\right)^2$

$$\gamma = u\left(\frac{-(-5)}{2X(-2)}\right) = u\left(-\frac{5}{4}\right) = -2X\left(-\frac{5}{4}\right)^2 - 5X\left(-\frac{5}{4}\right) + 3 = \frac{-25}{8} + \frac{25}{4} + 3 = \frac{49}{8}$$

$$u(x) = 2\left(x + \frac{-5}{2X2}\right)^2 + \frac{51}{8} = 2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{51}{8}$$

On a : a < 0 (a = -2), alors u est décroissante sur $\left] -\infty$; $-\frac{5}{4} \right]$ et croissante sur $\left[-\frac{5}{4} \right]$; $+\infty \left[-\frac{5}{4} \right]$

X	-∞	-3	$\frac{1}{2}$	+∞



déduit que g est décroissante sur $]-\infty$; -3] et croissante sur $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$



Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

• Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonction racine carrée - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

• Racine carrée - Première - Exercices corrigés sur la fonction

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices Première 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Equation du second degré PDF à imprimer
- Exercices Première 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonction valeur absolue PDF à imprimer
- Exercices Première 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions homographiques PDF à imprimer
- Exercices Première 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonctions polynômes de degré 2 PDF à imprimer
- Exercices Première 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Les Dérivées PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonction racin

• Cours Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Fonctions de référence Fonction racine carrée