Echantillonnage - Correction

Exercice 01 : Devoir de mathématiques

1. Un professeur de mathématiques a calculé que la proportion d'élèves ayant la moyenne à un devoir passé en début d'année dans la classe de 1er S est de 46 %.

Sa classe de 1er S compte 35 élèves.

a. En utilisant : - le plus petit a tel que $P(X \leq a) > 0.025$ est $a = 10$,

- le plus petit b tel que $P(X \leq b) > 0.975$ est $b = 22$,

Donner l'intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence f dans les échantillons de taille 35.

L'intervalle de fluatation à 95 % de la fréquence f est donné par $\left[\frac{a}{n} ; \frac{b}{n}\right]$.

On en déduit que l'intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence f dans les échantillons de taille 35 est :

$$\left[\frac{a}{n} ; \frac{b}{n}\right] = \left[\frac{10}{35} ; \frac{22}{35}\right] \approx [0.285 ; 0.629]$$

b. Comparer avec l'intervalle de fluctuation obtenu en classe de seconde.

L'intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence f est donné en classe de seconde était :

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0.46 - \frac{1}{\sqrt{35}} ; 0.46 + \frac{1}{\sqrt{35}}\right], \quad \text{soit } [0.290 ; 0.629]$$

On constate que cet intervalle est très proche de celui trouvé en utilisant la loi binomiale.

2. Le même professeur de mathématiques refait passer le même devoir à ses 35 élèves un mois plus trad. Il s'attend alors à ce que la proportion d'élèves ayant la moyenne au devoir soit de 85 %.

a. On considère la variable aléatoire X suivant la loi binomiale de paramètres $n = 35$ et $p = 0.85$. En utilisant la calculatrice ou un tableur, déterminer le plus petit a tel que $P(X \leq a) > 0.025$ et le plus petit b tel que $P(X \leq b) > 0.975$.

Avec un tableur, en utilisant la loi binomiale de paramètres $n = 35$ et $p = 0.85$:

K	$P(X \leq k)$
24	0.010977
25	0.029183
32	0.912965
33	0.975702

- le plus petit a tel que $P(X \leq a) > 0.025$ est $a = 25$,

- le plus petit b tel que $P(X \leq b) > 0.975$ est $b = 33$,

b. En déduire un intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence f dans les échantillons de taille 35.

L'intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence f est donné par $\left[\frac{a}{n} ; \frac{b}{n}\right]$.

On en déduit que l'intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence f dans les échantillons de taille 35 est :

$$\left[\frac{a}{n} ; \frac{b}{n}\right] = \left[\frac{25}{35} ; \frac{33}{35}\right] \approx [0.714 ; 0.943]$$

Exercice 02 : Etude de nutrition

Suite à une étude de nutrition et santé à laquelle 206 000 internautes ont répondu, un chercheur a calculé que 84 % des 18 – 25 ans et 48 % des plus de 65 ans ne consomment pas, par jour, cinq fruits et légumes et trois produits laitiers.

a. Déterminer un intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence des 18 – 25 ans ne consommant pas, par jour, cinq fruits et légumes et trois produits laitiers, dans un échantillon de taille 100.

Avec un tableur, en utilisant la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0.84$:

K	$P(X \leq k)$
76	0.024623
77	0.042814
90	0.968441
91	0.9855258

- le plus petit a tel que $P(X \leq a) > 0.025$ est $a = 77$,

- le plus petit b tel que $P(X \leq b) > 0.975$ est $b = 91$,

L'intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence f des 18 – 25 ans ne consommant pas, par jour, cinq fruits et légumes et trois produits laitiers est donné par $\left[\frac{a}{n} ; \frac{b}{n}\right]$.

On en déduit que de l'intervalle fluctuation à 95 % de la fréquence f des 18 – 25 ans ne consommant pas, par jour, cinq fruits et légumes et trois produits laitiers dans les échantillons de taille 100 est :

$$\left[\frac{a}{n} ; \frac{b}{n}\right] = \left[\frac{77}{100} ; \frac{91}{100}\right] = [0.77 ; 0.91]$$

b. Déterminer un intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence des plus de 65 ans ne consommant pas, par jour, cinq fruits et légumes et trois produits laitiers, dans un échantillon de taille 100.

Avec un tableur, en utilisant la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0.48$:

K	$P(X \leq k)$
37	0.017323
38	0.028112
57	0.971426
58	0.982272

- le plus petit a tel que $P(X \leq a) > 0.025$ est $a = 38$,

- le plus petit b tel que $P(X \leq b) > 0.975$ est $b = 58$,

L'intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence f des plus de 65 ans ne consommant pas, par jour, cinq fruits et légumes et trois produits laitiers est donné par $\left[\frac{a}{n} ; \frac{b}{n}\right]$.

On en déduit que de l'intervalle fluctuation à 95 % de la fréquence f des plus de 65 ans ne consommant pas, par jour, cinq fruits et légumes et trois produits laitiers dans les échantillons de taille 100 est :

$$\left[\frac{a}{n} ; \frac{b}{n}\right] = \left[\frac{38}{100} ; \frac{58}{100}\right] = [0.38 ; 0.58]$$