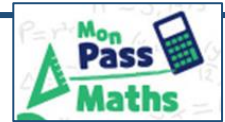


Développer à l'aide d'une identité remarquable



Je révise mon brevet pas à pas.



Correction

Prérequis : cours « Développer et réduire une expression littérale ».

- Développer avec la simple distributivité :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \quad \text{et} \quad k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

- Développer avec la double distributivité :

$$(a + b) \times (c + d) = \overset{1}{a} \times \overset{2}{c} + \overset{3}{a} \times \overset{4}{d} + \overset{3}{b} \times \overset{4}{c} + \overset{4}{b} \times \overset{4}{d}$$

- Supprimer des **parenthèses précédées d'un « - »** : on change les signes à l'intérieur.

Développer une identité remarquable.

Méthode pour développer une identité remarquable.

Soient a et b deux nombres quelconques, on a l'identité remarquable :

$$\begin{array}{ccc} \text{Forme factorisée} & \xrightarrow{\text{on développe}} & \text{Forme développée} \\ (a - b)(a + b) & = & a^2 - b^2 \end{array}$$

Pour développer à l'aide de cette identité remarquable :

- ① on repère l'identité remarquable comme **le produit de deux parenthèses : l'une étant la somme de deux termes, l'autre leur différence** ;

→ L'identité peut être sous la forme $(a - b)(a + b)$ ou $(a + b)(a - b)$ voire $(-b + a)(a + b) \dots$

- ② on applique l'identité, sous sa forme développée ;

→ **Attention, si on écrit cette étape, elle peut encore nécessiter des parenthèses.**

- ③ on calcule les carrés de a et de b.

Exemple :

$$A = (3x - 5)(3x + 5) \quad \rightarrow \text{on repère l'identité } (a - b)(a + b) \text{ avec } a = 3x \text{ et } b = 5$$

$$A = (3x)^2 - 5^2 \quad \rightarrow \text{on écrit sa forme développée } a^2 - b^2 \text{ en remplaçant } a \text{ et } b$$

$$A = 9x^2 - 25 \quad \rightarrow \text{on calcule } a^2 \text{ et } b^2$$

→ Le carré de 3x s'écrit $(3x)^2$ et est égal à $3x \times 3x = 9x^2$.

✓ Entoure les expressions littérales que tu reconnais comme étant de la forme $(a + b)(a - b)$ de l'identité remarquable :

$$(3x + 2)(3x + 2)$$

$$(x - 7)(x + 7)$$

$$(2x + 5)(2x - 5)$$

$$(x + 3) + (x - 3)$$

$$(4x + 1) - (4x - 1)$$

$$(2x)^2 - 3^2$$

$$(2x - 7)(2 + 7x)$$

$$(-2x + 1)(-2x - 1)$$

✓ Complète :

Le carré de ...	$2x$	$5x$	$6x$	$-4x$
est ...	$(2x)^2$ $= 2x \times 2x$ $= 4x^2$	$(5x)^2$ $= 5x \times 5x$ $= 25x^2$	$(6x)^2$ $= 6x \times 6x$ $= 36x^2$	$(-4x)^2 =$ $(-4x) \times (-4x)$ $= 16x^2$

✓ Complète les développements suivants :

$$A = (x - 5)(x + 5)$$

Il s'agit de $(a - b)(a + b)$

avec $a = x$ et $b = 5$,

$$\text{donc : } A = x^2 - 5^2$$

$$\text{je calcule : } A = x^2 - 25$$

$$B = (7x - 4)(7x + 4)$$

Il s'agit de $(a - b)(a + b)$

avec $a = 7x$ et $b = 4$,

$$\text{donc : } B = (7x)^2 - 4^2$$

$$\text{je calcule : } B = 49x^2 - 16$$

$$C = (3 + 2x)(3 - 2x)$$

Il s'agit de $(a + b)(a - b)$

avec $a = 3$ et $b = 2x$,

$$\text{donc : } C = 3^2 - (2x)^2$$

$$\text{je calcule : } C = 9 - 4x^2$$

✓ Développe les expressions suivantes grâce à l'identité remarquable :

$$D = (x - 6)(x + 6)$$

→ Il s'agit de $(a - b)(a + b)$

avec $a = x$ et $b = 6$

$$D = x^2 - 6^2$$

$$D = x^2 - 36$$

$$E = (1 - 7x)(1 + 7x)$$

→ Il s'agit de $(a - b)(a + b)$

avec $a = 1$ et $b = 7x$

$$E = 1^2 - (7x)^2$$

$$E = 1 - 49x^2$$

$$F = (8x + 3)(8x - 3)$$

→ Il s'agit de $(a + b)(a - b)$

avec $a = 8x$ et $b = 3$

$$F = (8x)^2 - 3^2$$

$$F = 64x^2 - 9$$

✓ Dans chaque ligne, choisis la/les bonne(s) réponse(s) parmi les propositions :

$(5 + x)(x - 5) =$	$(x + 5)(x - 5)$	$(5 + x)(5 - x)$	$(x - 5)(x + 5)$
$(-3 + 2x)(2x + 3) =$	$(3 - 2x)(3 + 2x)$	$(2x - 3)(2x + 3)$	$(-3 + 2x)(2x - 3)$
$(-9x - 2)(9x - 2) =$	$(-2 - 9x)(-2 + 9x)$	$(2 - 9x)(2 + 9x)$	$(9x - 2)(9x + 2)$

✓ Développe les expressions suivantes grâce à l'identité remarquable :

$$G = (x - 10)(10 + x)$$

$$G = (x - 10)(x + 10)$$

→ Il s'agit de $(a - b)(a + b)$
avec $a = x$ et $b = 10$

$$G = x^2 - 10^2$$

$$G = x^2 - 100$$

$$H = (-3 - 5x)(-3 + 5x)$$

→ Il s'agit de $(a - b)(a + b)$
avec $a = -3$ et $b = 5x$

$$H = (-3)^2 - (5x)^2$$

$$H = 9 - 25x^2$$

$$I = (-4 + 7x)(7x + 4)$$

$$I = (7x - 4)(7x + 4)$$

→ Il s'agit de $(a - b)(a + b)$
avec $a = 7x$ et $b = 4$

$$I = (7x)^2 - 4^2$$

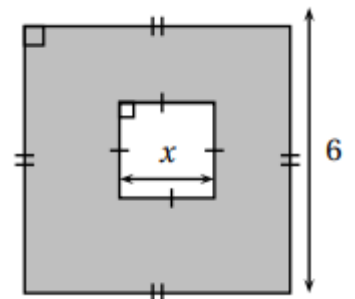
$$I = 49x^2 - 16$$

✓ On considère la figure suivante constituée d'un carré de côté 6 m dans lequel il a été découpé un carré de côté x avec $x < 6$.

On s'intéresse à l'aire de la partie grise.

1. Si $x = 2$ m, prouve que l'aire grise est égale à 32 m^2 .

$$\begin{aligned} \text{Aire}_{\text{grise}} &= \text{Aire}_{\text{grand carré}} - \text{Aire}_{\text{petit carré}} \\ &= 6 \times 6 - 2 \times 2 = 36 - 4 = 32 \text{ m}^2 \end{aligned}$$



2. Exprime, en fonction de x , l'aire grise.

$$\text{Aire}_{\text{grise}} = \text{Aire}_{\text{grand carré}} - \text{Aire}_{\text{petit carré}} = 6^2 - x^2 = 36 - x^2$$

3. Est-il possible de déterminer, en fonction de x , la longueur et la largeur d'un rectangle qui aurait la même aire que la partie grise ?

Avec un rectangle de longueur $6 + x$ et de largeur $6 - x$, on aurait :

$$\text{Aire}_{\text{rectangle}} = (6 + x) \times (6 - x) = 6^2 - x^2 = 36 - x^2 ; \text{ on aurait bien la même aire.}$$

4. Vérifie avec la valeur $x = 2$ m de la question 1.

Le rectangle aurait comme dimension : $L = 6 + 2 = 8 \text{ m}$ et $l = 6 - 2 = 4 \text{ m}$
donc $A = 8 \times 4 = 32 \text{ m}^2$, la même aire que la partie grise de la question 1.

Méthode pour développer une expression littérale.

Tu maîtrises désormais plusieurs outils pour développer une expression littérale et supprimer des parenthèses :

- ① Simple distributivité
- ② Double distributivité
- ③ Suppression de parenthèses et signe
- ④ Identité remarquable

→ il faut prendre le temps d'**identifier la bonne méthode** !

✓ Parmi ces expressions à développer, entoure :

- en bleu les simples distributivités ;
- en vert les doubles distributivités ;
- en noir les parenthèses à supprimer (inutiles ou précédées d'un « - ») ;
- en rouge les identités remarquables.

Une expression peut être entourée de plusieurs couleurs...

$(3x + 2)(5x - 2)$	$(4x - 7) - (4x + 7)$	$2x + 5(2x - 5)$	$(5x + 3) + (5x - 3)$
$(4x + 1)(4x - 1)$	$7 + 2x(7 - 2x)$	$(3x - 4)(4 + 3x)$	$(6x - 2)(2x + 6)$
$2(x - 1)(2x + 1)$	$(8x - 3)^2 - x^2$	$3x - (2 + 3x) \times 2$	$8 - (x + 2)(x - 2)$

✓ Développe et réduis chacune des expressions suivantes en indiquant la/les bonne(s) méthode(s) :

- ① Simple distributivité
- ② Double distributivité
- ③ Suppression de parenthèses et signe
- ④ Identité remarquable

$J = 3x - 5(3x + 5)$ ① $J = 3x - 5 \times 3x + (-5) \times 5$ $J = 3x - 15x - 25$ $J = -12x - 25$	$K = (4x + 6) - (4x - 6)$ ③ $K = 4x + 6 - 4x + 6$ $K = 12$
$L = (7x - 2)(2x + 7)$ ② $L = 7x \times 2x + 7x \times 7 + (-2) \times 2x + (-2) \times 7$ $L = 14x^2 + 49x - 4x - 14$ $L = 14x^2 + 45x - 14$	$M = (-8x + 1)(-8x - 1)$ ④ $M = (-8x)^2 - 1^2$ $M = 64x^2 - 1$

$$N = 6 - (3x + 1)(3x - 1)$$

Développe $(3x + 1)(3x - 1)$: ④ $(3x + 1)(3x - 1) = 9x^2 - 1$

Développe l'expression N : $N = 6 - (9x^2 - 1)$

$$\textcircled{3} \quad N = 6 - 9x^2 + 1$$

$$N = 7 - 9x^2$$

Utiliser l'identité remarquable pour du calcul astucieux.

Méthode pour utiliser l'identité remarquable en calcul astucieux.

Cas ① : je repère un calcul de la forme $(a - b)(a + b)$

Exemple : $A = (\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 2)$

→ j'identifie a et b ;

→ j'écris la forme développée $a^2 - b^2$ en remplaçant a et b ;

→ je calcule a^2 et b^2 et simplifie.

On a : $a = \sqrt{7}$ et $b = 2$

$$A = (\sqrt{7})^2 - 2^2$$

$$A = 7 - 4$$

$$A = 3$$

Cas ② : j'ai un **produit de deux nombres** qui n'est pas de la forme $(a - b)(a + b)$

➤ Je cherche à obtenir la forme $(a - b)(a + b)$

Exemple : $B = 98 \times 102$

→ je détermine a et b :

a est la moyenne des deux nombres ;

on retrouve b à partir de la forme $(a - b)(a + b)$;

→ j'écris la forme développée $a^2 - b^2$ en remplaçant a et b ;

→ je calcule a^2 et b^2 et simplifie.

$a = 100$ on trouve de tête la valeur centrale entre 98 et 102 ou on calcule la moyenne : $a = \frac{98+102}{2}$

donc $B = (100 - 2)(100 + 2)$

on trouve $b = 2$

$$B = 100^2 - 2^2$$

$$B = 10\,000 - 4$$

$$B = 9\,996$$

 Calcule astucieusement :

$$P = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$$

→ Il s'agit de $(a - b)(a + b)$
avec $a = \sqrt{5}$ et $b = 1$

$$P = (\sqrt{5})^2 - 1^2$$

$$P = 5 - 1 = 4$$

$$Q = (4 + \sqrt{6})(4 - \sqrt{6})$$

→ Il s'agit de $(a + b)(a - b)$
avec $a = 4$ et $b = \sqrt{6}$

$$Q = 4^2 - (\sqrt{6})^2$$

$$Q = 16 - 6 = 10$$

$$R = (\sqrt{7} - \sqrt{13})(\sqrt{7} + \sqrt{13})$$

→ Il s'agit de $(a + b)(a - b)$
avec $a = \sqrt{7}$ et $b = \sqrt{13}$

$$R = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{13})^2$$

$$R = 7 - 13 = -6$$

 1. Développe et réduis l'expression $S = (x - 1)(x + 1)$:

$$S = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$$

2. Calcule S pour $x = 100$, dans l'expression de l'énoncé et dans l'expression développée.

$$S = (100 - 1)(100 + 1) = 99 \times 101 = 9\,999$$

$$S = 100^2 - 1^2 = 10\,000 - 1 = 9\,999$$

3. De même, calcule de façon astucieuse en utilisant une identité remarquable :

$$T = 97 \times 103$$

On cherche la forme $(a - b)(a + b)$

Entre 97 et 103, on devine $a = 100$

On en déduit que $b = 3$

$$T = (100 - 3) \times (100 + 3)$$

$$T = 100^2 - 3^2$$

$$T = 10\,000 - 9 = \mathbf{9\,991}$$

$$U = 45 \times 35$$

On cherche la forme $(a + b)(a - b)$

Entre 45 et 35, on devine $a = 40$

On en déduit que $b = 5$

$$U = (40 + 5) \times (40 - 5)$$

$$U = 40^2 - 5^2$$

$$U = 1\,600 - 25 = \mathbf{1\,575}$$

$$V = 16 \times 24$$

$$V = (20 - 4) \times (20 + 4)$$

$$V = 20^2 - 4^2$$

$$V = 400 - 16 = \mathbf{384}$$

$$W = 38 \times 62$$

$$W = (50 - 12) \times (50 + 12)$$

$$W = 50^2 - 12^2$$

$$W = 2\,500 - 144 = \mathbf{2\,356}$$



Questions de brevet.

1. On considère le programme de calcul suivant :

a. Si on choisit le nombre 7, vérifier qu'on obtient 49 à la fin du programme.

$$(7 + 5) \times (7 - 5) + 25 = 12 \times 2 + 25 = 24 + 25 = 49.$$

Avec 5 au départ on obtient bien 49 en sortie.

b. Si on choisit le nombre -4 , quel résultat obtient-on à la fin du programme ?

$$(-4 + 5)(-4 - 5) + 25 = 1 \times (-9) + 25 = -9 + 25 =$$

16. Avec -4 au départ on obtient 16 en sortie.

c. On note x le nombre choisi au départ. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu.

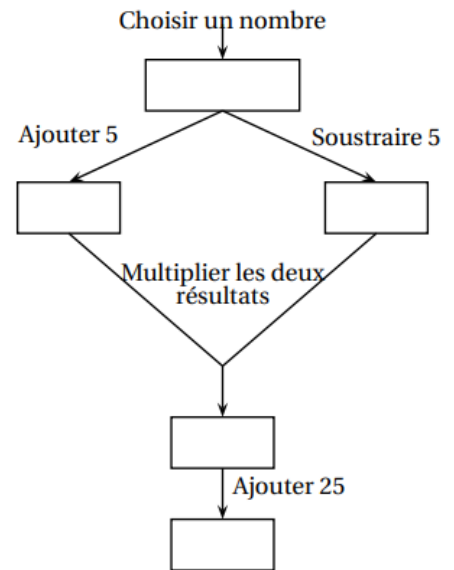
$$(x + 5)(x - 5) + 25$$

d. Développer et réduire $(x + 5)(x - 5)$.

On développe l'identité remarquable : $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$.

e. Sarah dit : « Avec ce programme de calcul, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat obtenu est toujours le carré du nombre de départ ». Qu'en pensez-vous ?

D'après le calcul précédent : $(x + 5)(x - 5) + 25 = x^2 - 25 + 25 = x^2$. Sarah a raison.



2. On considère l'équation $(x - 3)(x + 3) = 16$.

a. Développer l'expression $(x - 3)(x + 3)$: $(x - 3)(x + 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

b. En déduire les solutions de $(x - 3)(x + 3) = 16 \Leftrightarrow x^2 - 9 = 16$

$$x^2 - 9 + 9 = 16 + 9$$

$$x^2 = 25 \text{ donc } x = 5 \text{ ou } x = -5$$

Les solutions sont 5 et -5 .

Vérification : $(5 - 3) \times (5 + 3) = 2 \times 8 = 16 \checkmark$ et $(-5 - 3) \times (-5 + 3) = -8 \times (-2) = 16 \checkmark$

c. De même, résoudre : $(2x - 5)(2x + 5) = 7$.

On développe l'identité remarquable : $(2x - 5)(2x + 5) = 4x^2 - 25$

On obtient donc l'équation $4x^2 - 25 = 7$

$$4x^2 - 25 + 25 = 7 + 25$$

$$\frac{4x^2}{4} = \frac{32}{4}$$

$$x^2 = 8 \text{ donc } x = \sqrt{8} \text{ ou } x = -\sqrt{8} \quad \text{Les solutions sont } \sqrt{8} \text{ et } -\sqrt{8}.$$



Pour aller plus loin.



Sur le site de **Pass Education**, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

Séquence complète



Développer avec
une identité



Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Développer à l'aide d'une identité remarquable - 3ème - Brevet des collèges avec Mon Pass Maths](#)

Découvrez d'autres exercices en : 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement

- [Développer et réduire une expression littérale - 3ème - Brevet des collèges avec Mon Pass Maths](#)
- [Développer à l'aide d'une identité remarquable – 3ème – Exercices avec les corrigés](#)
- [Développer et réduire une expression littérale – 3ème – Exercices avec les corrigés](#)
- [Développements – Calcul littéral et équations - 3ème – Révisions – Brevet des collèges](#)
- [Développer une expression - 3ème - Révisions brevet des collèges](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Synthèse calcul littéral - PDF à imprimer](#)
- [Exercices 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Factorisation - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction

- [Cours 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction](#)
- [Evaluations 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction](#)
- [Vidéos pédagogiques 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction](#)
- [Vidéos interactives 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction](#)
- [Séquence / Fiche de prep 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction](#)