

Nombres premiers et simplification de fractions

Correction

Exercices



①* 1. Complète la définition du cours : « Un nombre premier est un nombre entier positif qui possède exactement deux diviseurs distincts : 1 et lui-même. »

2. Liste les 10 premiers nombres premiers :

Les 10 premiers nombres premiers sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 et 29.

②* Vrai ou faux ? Coche la bonne réponse.

Questions	Vrai	Faux
a. Le nombre 1 est un nombre premier.		X
b. Il existe une infinité de nombres premiers.	X	
c. Le nombre 27 est un nombre premier.		X
d. 13 est un diviseur premier du nombre 39.	X	
e. La décomposition en un produit de facteurs premiers de 90 est $2 \times 5 \times 9$.		X

③* Parmi les nombres suivants, entoure les nombres premiers.

15

13

37

49

57

47

207

107

201

15495

59

39

④** Sans utiliser de calculatrice, trouve et entoure les 2 nombres premiers qui se cachent dans la liste suivante. Explique ton raisonnement.

6 245 / 1 347 / 983 / 1 111 / 563 409 / 2 027 / 53 208

- Le nombre 53 208 est pair donc non premier.
- Le nombre 6 245 est un multiple de 5 donc non premier.
- Le nombre 1 347 est un multiple de 3 car $1 + 3 + 4 + 7 = 15$ qui est un multiple de 3. 1 347 n'est donc pas premier.
- Le nombre 563 409 est divisible par 9 car $5 + 6 + 3 + 4 + 0 + 9 = 27$ qui est divisible par 9.
- Le nombre 1 111 est divisible par 11 car $1111 = 11 \times 101$.

En conclusion, les deux nombres restants sont premiers : 983 et 2027.

5 1. Décomposer les nombres 8 ; 18 et 44 en produits de facteurs premiers.**

$$8 = 2 \times 4 = 2 \times 2 \times 2$$

$$18 = 2 \times 9 = 2 \times 3 \times 3$$

$$44 = 2 \times 22 = 2 \times 2 \times 11$$

2. On souhaite décomposer le nombre 104 329 en un produit de facteurs premiers.

a. Le nombre 104 329 est-il divisible par 2 ? Par 3 ? Par 5 ? Explique.

104 329 est un nombre impair qui ne se termine ni par 0 ni par 5, donc il n'est divisible ni par 2 ni par 5.

De plus, $1 + 0 + 4 + 3 + 2 + 9 = 19$ qui n'est pas divisible par 3 donc 104 329 n'est pas divisible par 3.

b. Teste à la calculatrice la divisibilité de 104 329 par 7, 11 et par 13.

104 329 n'est pas divisible par 7, ni par 11 ni par 13.

c. Calcule 323^2 : $323^2 = 104\,329$.

Complète alors la phrase : le nombre 323 est un diviseur de 104 329.

d. Teste la divisibilité de 323 par 17 puis donne la décomposition en facteurs premiers du nombre 323.

323 est divisible par 17 : $323 = 17 \times 19$.

e. Déduis-en la décomposition en un produit de facteurs premiers du nombre 104 329.

$$104329 = 323 \times 323 = 17 \times 17 \times 19 \times 19 = 17^2 \times 19^2$$

6 1. Utilise les décompositions en produits de facteurs premiers des nombres ci-dessous pour rendre les fractions irréductibles.**

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$945 = 3^3 \times 5 \times 7$$

$$132 = 2^2 \times 3 \times 11$$

$$726 = 2 \times 3 \times 11^2$$

$$144 = 2^4 \times 3^2$$

$$\frac{252}{945} = \frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{3^3 \times 5 \times 7} = \frac{4}{15}$$

$$\frac{360}{945} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{3^3 \times 5 \times 7} = \frac{8}{21}$$

$$\frac{726}{132} = \frac{2 \times 3 \times 11^2}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{11}{2}$$

$$\frac{144}{252} = \frac{2^4 \times 3^2}{2^2 \times 3^2 \times 7} = \frac{4}{7}$$

2. Décompose les nombres suivants en produits de facteurs premiers.

$$\begin{aligned} 90 &= 2 \times 45 = 2 \times 3 \times 15 \\ &= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5040 &= 2 \times 2520 = 2 \times 2 \times 1260 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 630 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 315 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 105 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 35 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \end{aligned}$$

$$396 = 2 \times 198 = 2 \times 2 \times 99 = 2 \times 2 \times 3 \times 33 \\ = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11$$

$$8866 = 2 \times 4433 = 2 \times 11 \times 403 \\ = 2 \times 11 \times 13 \times 31$$

$$572 = 2 \times 186 = 2 \times 2 \times 143 \\ = 2 \times 2 \times 11 \times 13$$

$$9765 = 3 \times 3255 = 3 \times 3 \times 1085 \\ = 3 \times 3 \times 5 \times 217 \\ = 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 31$$

3. Puis simplifie les fractions suivantes.

$$\frac{396}{90} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11}{2 \times 3 \times 3 \times 5} = \frac{22}{5}$$

$$\frac{5040}{9765} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7}{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 31} = \frac{16}{31}$$

$$\frac{396}{572} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11}{2 \times 2 \times 11 \times 13} = \frac{9}{13}$$

$$\frac{9765}{8866} = \frac{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 31}{2 \times 11 \times 13 \times 31} = \frac{315}{286}$$

7** Deux nombres premiers qui ont une différence de 2 sont appelés des nombres premiers jumeaux. Par exemple, 11 et 13 sont deux nombres premiers jumeaux car $13 - 11 = 2$. Les mathématiciens pensent qu'il existe une infinité de nombres premiers jumeaux ! Mais ils n'ont pas encore réussi à le démontrer.

1. Trouve les deux nombres premiers jumeaux les plus petits : **3 et 5.**
2. Trouve les deux nombres premiers jumeaux compris entre 40 et 50 : **41 et 43.**
3. Trouve deux nombres premiers jumeaux à 2 chiffres qui n'ont pas le même chiffre des dizaines : **29 et 31 ou bien 59 et 61.**
4. Trouve les deux plus grands nombres premiers jumeaux à 2 chiffres : **71 et 73.**

8*** Lucas explique à Éva : « l'année de naissance de mon père est un nombre entier à 4 chiffres qui est premier et dont la somme des chiffres est égale à 20. Mon père est né au vingtième siècle, après la deuxième guerre mondiale et avant la chute du mur de Berlin ».

Voici la liste des nombres premiers compris entre 1000 et 2000 :

1901 ; 1907 ; 1913 ; 1931 ; 1933 ; 1949 ; 1951 ; 1973 ; 1979 ; 1987 ; 1993 ; 1997 et 1999.

Peux-tu aider Éva à trouver l'année de naissance du père de Lucas ?

La deuxième guerre mondiale s'est terminée en 1945 et la chute du mur de Berlin date de 1989. Il reste donc : 1949 ; 1951 ; 1973 et 1987.

Parmi ceux-là, seul 1973 possède la somme des chiffres égale à 20 : $1 + 9 + 7 + 3 = 20$. Il s'agit donc de l'année de naissance du père de Lucas.

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Nombres premiers et simplification de fractions – 3ème – Exercices avec les corrigés](#)

Découvrez d'autres exercices en : 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité

- [Simplifier une fraction – 3ème – Révisions – Brevet des collèges](#)
- [Calculs de PGCD - 3ème - Révisions - Brevet des collèges](#)
- [Diviseurs communs PGCD - 3ème - Révisions - Brevet des collèges](#)
- [Recherche des diviseurs communs - Divisibilité - 3ème - Révisions brevet](#)
- [Fractions - Diviseurs communs à deux entiers - 3ème - Révisions brevet](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Addition et soustraction de fractions - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité

- [Cours 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité](#)
- [Evaluations 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité](#)
- [Vidéos pédagogiques 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité](#)
- [Vidéos interactives 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité](#)
- [Séquence / Fiche de prep 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité](#)