Trigonométrie - Correction

Exercice 01 : Sinus

Soit t un nombre réel vérifiant $\cos(t) = \frac{1}{3}$ et $t \in \left[\frac{-\pi}{2} ; 0\right]$.

a. A l'aide du cercle trigonométrique, donner le signe de sin(t). Calculer la valeur exacte de sin(t).

Pout tout réel t, $(\cos(t))^2 + (\sin(t))^2 = 1$, *donc :* $(\sin(t))^2 = 1 - (\cos(t))^2$

$(\sin(t))^2 = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2$; $(\sin(t))^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

$\sin(t) = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ou $\sin(t) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$t \in \left[\frac{-\pi}{2} ; 0\right]$, donc : $\sin(t) < 0$, alors : $\sin(t) = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

b. Mettre la calculatrice en mode radian et donner une valeur approchée du nombre t.

Une valeur approchée de t est – 1.23 radian.

Exercice 02 : Cosinus

Soit t un nombre réel vérifiant $\sin(t) = 0.25$ et $t \in \left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right]$.

a. A l'aide du cercle trigonométrique, donner le signe de cos(t). Calculer la valeur exacte de cos(t).

Pout tout réel t, $(\cos(t))^2 + (\sin(t))^2 = 1$, *donc :* $(\cos(t))^2 = 1 - (\sin(t))^2$

$(\cos(t))^2 = 1 - (0.25)^2$; $(\sin(t))^2 = 1 - 0.0625 = 0.9375$

$\cos(t) = -\sqrt{0.9375}$ ou $\cos(t) = \sqrt{0.9375}$

$t \in \left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right]$, donc : $\cos(t) < 0$, alors : $\cos(t) = -\sqrt{0.9375}$

b. Mettre la calculatrice en mode radian et donner une valeur approchée du nombre t.

Une valeur approchée de t est 2.889 radians.

Exercice 03 : Angles associés

Calculer les expressions ci-dessous en fonction de cos(t) et sin(t).

$A = \sin(\pi - t) + \sin(t - 4\pi) + \sin(t + 3\pi) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right)$

En appliquant les formules sur les angles associés :

$A = \sin(\pi - t) + \sin(t - 4\pi) + \sin(t + 3\pi) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right)$

$A = \sin(t) + \sin(t) - \sin(t) + \cos(t)$

$A = \sin(t) + \cos(t)$

$B = \cos(t + \pi) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) + \cos(7\pi - t)$

En appliquant les formules sur les angles associés :

$B = \cos(t + \pi) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) + \cos(7\pi - t)$

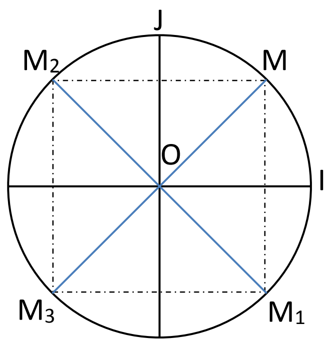
$B = -\cos(t) + \sin(t) - \sin(t) + \cos(3\ X\ 2\pi + \pi - t)$

$B = -\cos(t) + \cos(\pi - t)$

$B = -\cos(t) - \cos(t)$

$B = -2\cos(t)$

Exercice 04 : Equations



Résoudre dans]- π ; π], puis dans ℝ, les équations suivantes :

a. cos(x) – sin(x) = 0.

cos(x) – sin(x) = 0 équivaut à cos(x) = sin(x).

On sait que :

$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\pi}{4}$ (point M) est donc une solution de cette équation.

On remarque un deuxième point (M_3) sur le cercle trigonométrique qui a même abscisse et même ordonnée : il est repéré par $\frac{5\pi}{4}$ ou par $\frac{-3\pi}{4}$.

Les solutions de l'équation dans]- π ; π] sont donc $S = \left\{\frac{-3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right\}$

Les solutions dans ℝ sont les nombres : $\frac{\pi}{4} + 2k\pi \ \ et\ \ \frac{5\pi}{4} + 2k\pi,\ k\ \in \mathbb{Z}$

Pout résoudre cette équation par le calcul, on utilise les formules des angles associés :

Pout tout réel x, $sin(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, l'équation s'écrit : $cos(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$x = \frac{\pi}{2} - x + k\ X\ 2\pi$ ou $x = -\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + k\ X\ 2\pi$ ou bien $2x = \frac{\pi}{2} + k\ X\ 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

$2x = \frac{\pi}{2} + k\ X\ 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. équivant à $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Si : $k = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$; Si : $k = 1$, $x = \frac{5\pi}{4}$

b. $\cos(x) + \sin(x) = 0$.

$\cos(x) + \sin(x) = 0$ équivaut à $\cos(x) = -\sin(x)$.

On sait que les points qui vérifient cette équation sont les points ayant des abscisses et ordonnées opposées.

Les solutions de l'équation dans$]-\pi ; \pi]$ sont donc $S = \left\{\frac{-\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4}\right\}$.

Ces nombres sont repérés par les point M_1 et M_2 sur le cercle trigonométrique.

Les solutions dans $\mathbb{R}$ sont les nombres : $\frac{-\pi}{4} + 2k\pi$ et $\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Pout résoudre cette équation par le calcul, on utilise les formules des angles associés :

Pout tout réel x, $-sin(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$, l'équation s'écrit : $cos(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

$x = \frac{\pi}{2} + x + k\ X\ 2\pi$ ou $x = -\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + k\ X\ 2\pi$ ou bien $2x = -\frac{\pi}{2} + k\ X\ 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

$2x = -\frac{\pi}{2} + k\ X\ 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. équivant à $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Si : $k = 0$, $x = \frac{-\pi}{4}$; Si : $k = 1$, $x = \frac{3\pi}{4}$

PassEducation

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Trigonométrie Cosinus et sinus d'un réel - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- Cosinus et sinus d'un réel - Première - Exercices de trigonométrie

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Trigonométrie Le cercle trigonométrique - PDF à imprimer
- Exercices Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Trigonométrie Mesure d'un angle orienté - PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Trigonométrie Cosinus et sinus d'un r

- Cours Première - 1ère Mathématiques : Fonctions Trigonométrie Cosinus et sinus d'un réel