

Exercice 01 : Représentation paramétrique

Soient les point C (2 ; -1 ; 3), D (3 ; 1 ; 0) et E (1 ; 3 ; 6).

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (CD).

La droite (CD) passe par C (2 ; -1 ; 3) et a pour vecteur directeur $\overrightarrow{CD}$. Soit M un point de la droite (CD). Il existe un réel k tel que $\overrightarrow{CM} = k\overrightarrow{CD}$.

$\overrightarrow{CD}(3 - 2 ; 1 - (-1) ; 0 - 3)$, donc $\overrightarrow{CD}(1 ; 2 ; -3)$, $k\overrightarrow{CD}(k ; 2k ; -3k)$ et $\overrightarrow{CM}(x - 2 ; y + 1 ; z - 3)$, ce qui permet d'écrire le système :
$$\begin{cases} x - 2 = k \\ y + 1 = 2k \\ z - 3 = -3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k + 2 \\ y = 2k - 1 \\ z = -3k + 3 \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

2. Justifier que les points C, D et E définissent un plan, puis déterminer une représentation paramétrique du plan (CDE).

Comme les vecteurs $\overrightarrow{CD}(1 ; 2 ; -3)$ et $\overrightarrow{CE}(-1 ; 4 ; -3)$ ne sont pas colinéaires (coordonnées non proportionnelles), les points C, D et E ne sont pas alignés et définissent donc un plan.

Le plan (CDE) contient le point C (2 ; -1 ; 3) et est dirigé par les vecteurs non colinéaires $\overrightarrow{CD}(1 ; 2 ; -3)$ et $\overrightarrow{CE}(-1 ; 4 ; -3)$. Une représentation paramétrique du plan (CDE) est :

$$\begin{cases} x = k + 2 - k' \\ y = 2k - 1 + 4k' \\ z = -3k + 3 + 3k' \end{cases} \quad k \text{ et } k' \in \mathbb{R}$$

Exercice 02 : Dans l'espace

Dans l'espace muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points A (-2 ; 1 ; 0), B (0 ; 1 ; 1), C (1 ; 2 ; 2) et D (0 ; 3 ; -4).

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CD}$

$$\overrightarrow{AB}(2 ; 0 ; 1), \quad \overrightarrow{AC}(3 ; 1 ; 2), \quad \overrightarrow{AD}(2 ; 2 ; -4),$$

$$\overrightarrow{BC}(1 ; 1 ; 1), \quad \overrightarrow{BD}(0 ; 2 ; -5), \quad \overrightarrow{CD}(-1 ; 1 ; -6)$$

2. Dire si les vecteurs suivants sont orthogonaux : $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$; $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = -\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$.

On utilise la formule d'orthogonalité et on vérifie si le résultat est nul.

$\overrightarrow{AB} * \vec{u} = 2 + 1 \neq 0$. Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ ne sont pas orthogonaux.

$\overrightarrow{AB} * \vec{v} = -2 + 2 = 0$. Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

3. Justifier que les points A, B et C définissent un plan.

$\overrightarrow{AB}(2 ; 0 ; 1)$ et $\overrightarrow{AC}(3 ; 1 ; 2)$ ne sont pas colinéaires ; en effet il n'existe pas un réel k unique tel que :
$$\begin{cases} 2 = 3k \\ 0 = k \\ 1 = 2k \end{cases}$$

Les points A, B et C ne sont pas alignés, ils définissent donc un plan.

4. Calculer les distances AB, AC, AD, BC, BD et CD.

$AB = \sqrt{5}$, $AC = \sqrt{14}$, $AD = \sqrt{24}$, $BC = \sqrt{3}$, $BD = \sqrt{29}$ et $CD = \sqrt{38}$.

5. Les triangles ABC, ABD et ACD sont-ils rectangles ?

Comme $AB^2 + AD^2 = BD^2$, alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABD est rectangle en A.

Comme $AC^2 + AD^2 = CD^2$, alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ACD est rectangle en A.

Comme $AB^2 + BC^2 \neq AC^2$, alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC n'est pas rectangle.

6. Que peut-on dire de la droite (AD) et du plan (ABC) ?

ABD est rectangle en A, ce qui signifie que (AD) est orthogonale à (AB). De même, ACD est rectangle en A, d'où (AD) est orthogonale à (AC). La droite (AD) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (ABC). On en déduit que (AD) est orthogonale au plan (ABC).

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Géométrie Géométrie vectorielle Caractérisation vectorielle d'un plan - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Caractérisation vectorielle d'un plan - Terminale - Exercices](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Terminale Mathématiques : Géométrie Géométrie vectorielle Caractérisation vectorielle d'une droite - PDF à imprimer](#)

- [Exercices Terminale Mathématiques : Géométrie Géométrie vectorielle Repère espace vectoriel - PDF à imprimer](#)

- [Exercices Terminale Mathématiques : Géométrie Géométrie vectorielle Vecteur espace vectoriel - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : Terminale Mathématiques : Géométrie Géométrie vectorielle Caractérisation vectorielle

- [Cours Terminale Mathématiques : Géométrie Géométrie vectorielle Caractérisation vectorielle d'un plan](#)