# Calculer une longueur avec le théorème de Thalès

## Je révise mon brevet pas à pas.

**Correction**

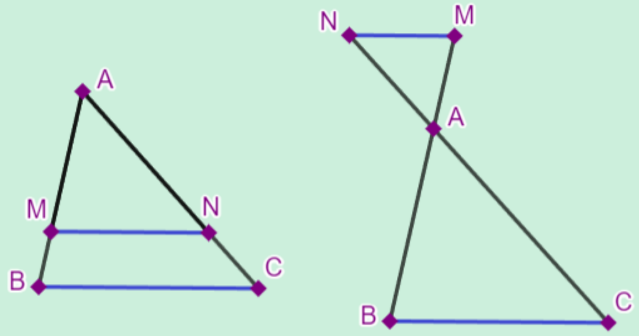
**Prérequis :**

- Notions de géométrie plane : **construction** de figures, **propriétés** des droites parallèles, des quadrilatères,…
- Calculer une quatrième proportionnelle avec le produit en croix : si $\frac{a}{b} = \frac{x}{c}$ alors $x = \frac{a \times c}{b}$

## Décrire une figure de Thalès.

**Méthode pour décrire une figure de Thalès.**

Il existe deux types de configurations de Thalès :




Je repère :

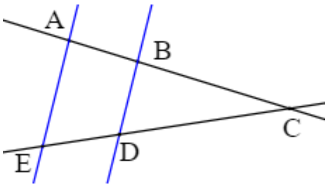
- **deux triangles imbriqués l'un dans l'autre**, ou **deux triangles face à face** (figure « papillon »).
- et **des droites parallèles**.

Je décris :

- Les points A, M et B sont **alignés** ;
- Les points A, N et C sont **alignés**.
- Les droites (MN) et (BC) sont **parallèles**.

*L'énoncé peut indiquer des droites sécantes, des droites qui se coupent,…*

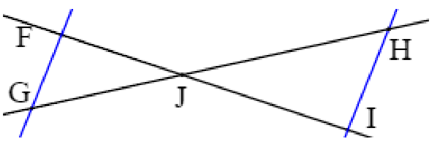
**Décris, si possible, les figures suivantes comme des configurations de Thalès.**
**(les droites qui sont parallèles sont représentées en couleur).**




Les points A, B et C sont alignés ;

Les points E, D et C sont alignés aussi ;

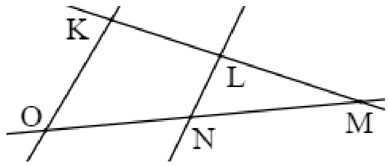
(AE) et (DB) sont parallèles.




F, J et I sont alignés ;

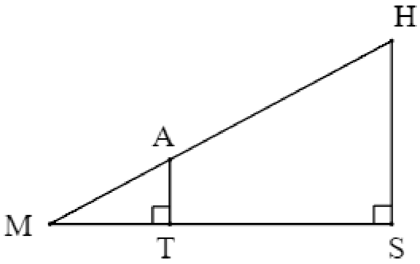
G, J et H sont alignés ;

(FG) // (HI)




Ceci n'est pas une configuration de Thalès : il n'y a pas de droites parallèles.

**Décris, si possible, les figures suivantes comme des configurations de Thalès.**

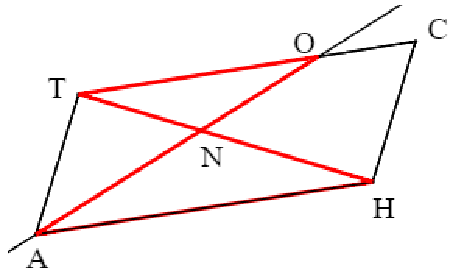



M, A et H sont alignés ;

M, T et S sont alignés ;

(AT) ⊥ (MS) et (HS) ⊥ (MS)

*Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.*
Donc (AT) // (HS).




*CHAT est un parallélogramme.*
*O est un point de [CT].*
*(TH) et (AO) se coupent en N.*

→ on repère la configuration de Thalès.

T, N et H sont alignés ;

O, N et A sont alignés ;

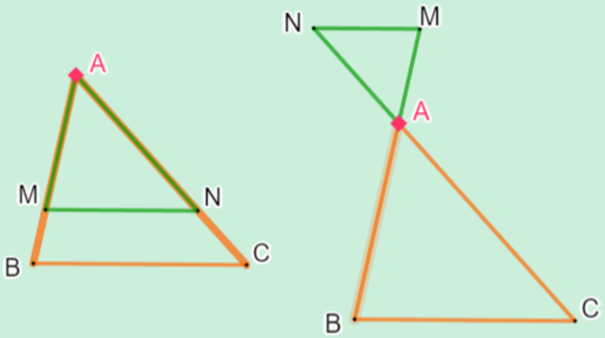
CHAT est un parallélogramme.
*Un parallélogramme a ses côtés opposés parallèles.*
Donc (TO) // (AH).

## Ecrire l'égalité de Thalès.

**Méthode pour écrire l'égalité de Thalès.**

Dans une configuration de Thalès, les deux triangles ont des **côtés proportionnels**, ce qui se traduit par une **égalité de quotients**.

**Etape ① :** je repasse de deux **couleurs** différentes les deux triangles.




**Etape ② :** j'écris, en couleur, l'égalité suivante :

Le sommet commun **A** apparaît 4 fois

$$\boxed{\underbrace{\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}}_{\text{côtés en prolongement}} = \frac{BC}{MN}}$$

*côtés parallèles*

Le même triangle **(la même couleur)** au numérateur.

Le même triangle **(la même couleur)** au dénominateur.

*Remarques :*

- La longueur du côté [AB] peut se noter AB ou BA.
- Les trois quotients peuvent être donnés dans un ordre différent : $\frac{BC}{MN} = \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$
- On peut choisir l'autre triangle au numérateur, mais on le garde pour tous les quotients :

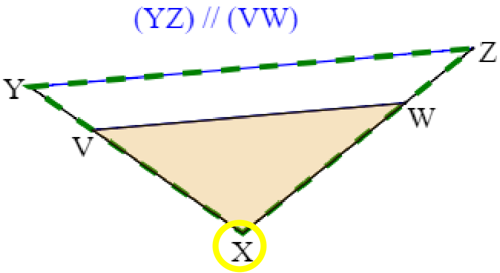
$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

**Pour chacune des configurations de Thalès ci-dessous :**

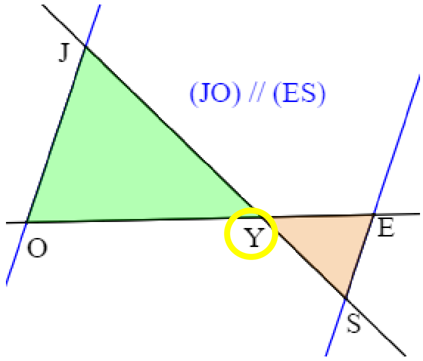
**- repasse de deux couleurs les deux triangles ayant des côtés proportionnels,**

**- puis écris l'égalité des quotients correspondante avec le même code couleur,**

**- et enfin, repère le sommet commun et surligne-le dans tes quotients : il doit apparaître 4 fois sur deux des quotients.**



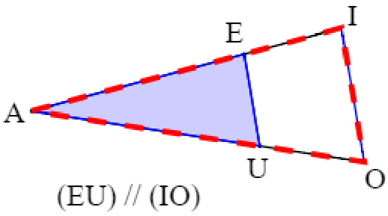

$$\frac{XY}{XV} = \frac{XZ}{XW} = \frac{YZ}{VW} \quad \text{ou} \quad \frac{XV}{XY} = \frac{XW}{XZ} = \frac{VW}{YZ}$$



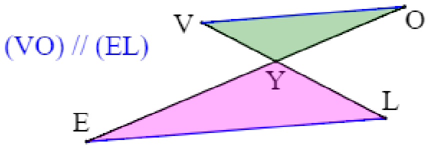

$$\frac{YJ}{YS} = \frac{YO}{YE} = \frac{JO}{ES} \quad \text{ou} \quad \frac{YS}{YJ} = \frac{YE}{YO} = \frac{ES}{JO}$$

ou dans un autre ordre, ou avec YX au lieu de XY,… mais avec le bon code couleur, les côtés en prolongement sur le même quotient, et la vérification avec le sommet commun.

**Pour chaque figure, complète l'égalité de Thalès :**

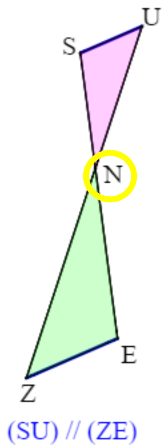



$$\frac{AI}{AE} = \frac{AO}{AU} = \frac{IO}{EU}$$

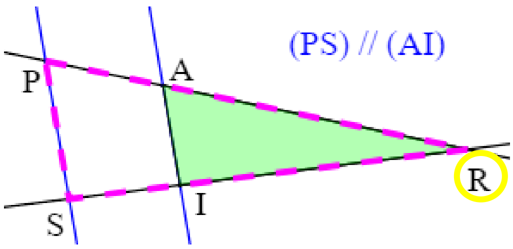



$$\frac{YO}{YE} = \frac{YV}{YL} = \frac{VO}{EL}$$

**Pour chaque figure, écris l'égalité des quotients issue du théorème de Thalès :**

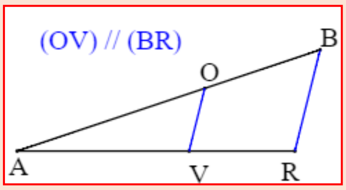
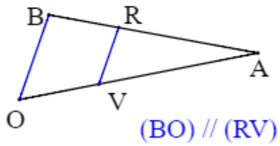
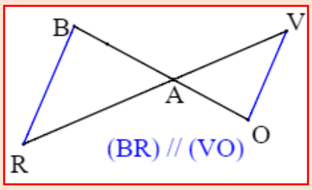
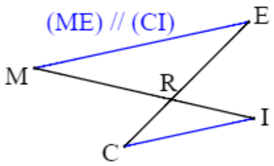
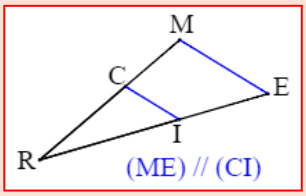
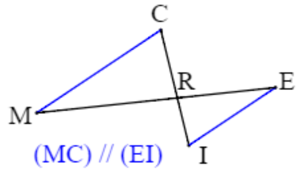
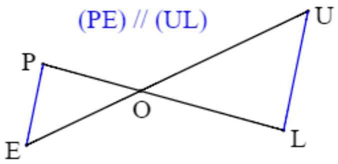
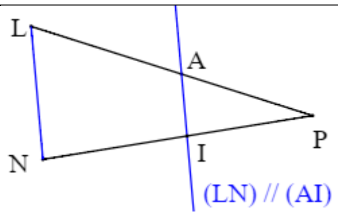



$$\frac{NS}{NE} = \frac{NU}{NZ} = \frac{SU}{ZE}$$




$$\frac{RA}{RP} = \frac{RI}{RS} = \frac{AI}{PS}$$

**Dans chaque ligne, choisis la/les bonne(s) réponse(s) :**

| | | | |
|---|---|---|---|
| On a : $\frac{AB}{AO} = \frac{RA}{VA} = \frac{BR}{OV}$ dans la figure… |   |   |   |
| On a : $\frac{MR}{RC} = \frac{ER}{RI} = \frac{ME}{CI}$ dans la figure… |   |   |   |
|   Dans cette figure, on a… | $\frac{PO}{PL} = \frac{EO}{EU} = \frac{PE}{UL}$ | $\frac{LO}{OP} = \frac{UL}{PE} = \frac{OU}{EO}$ | $\frac{PO}{OU} = \frac{EO}{OL} = \frac{PE}{UL}$ |
|   Dans cette figure, on a… | $\frac{LA}{LP} = \frac{NI}{NP} = \frac{LN}{AI}$ | $\frac{PA}{PL} = \frac{PI}{PN} = \frac{LN}{AI}$ | $\frac{PL}{PA} = \frac{NP}{PI} = \frac{NL}{AI}$ |

**Méthode pour calculer une longueur avec le théorème de Thalès**

**Etape ① : je décris** la figure comme une figure de Thalès.

**Etape ② : j'écris l'égalité** de quotients en citant le théorème de Thalès.

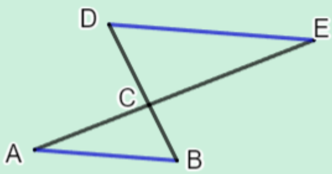
**Etape ③ : je remplace les valeurs connues**.

**Etape ④ : je calcule** la valeur demandée grâce au **produit en croix**.

*Exemple :* calculer la longueur DE.

MODELE DE REDACTION

- **D, C et B sont alignés ;**
  **E, C et A également ;**
  **Et (DE) // (AB)**
- **D'après le théorème de Thalès :**
  $$\frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{DE}{AB}$$
- $\frac{CD}{CB} = \frac{4,5}{2,7} = \frac{DE}{3}$
- **donc $DE = 4,5 \times 3 \div 2,7 = 5\ cm$**



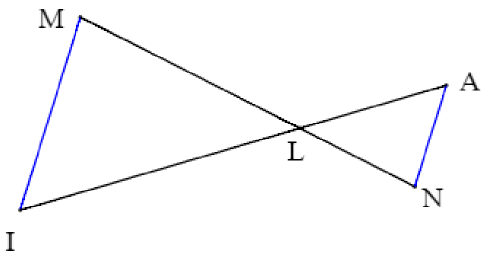
*On a :*
*(AB) // (DE)*
*AB = 3 cm*
*AC = 2,7 cm*
*EC = 4,5 cm*

*Il y a un quotient dont on ne connaît pas de valeur, on ne s'en sert pas pour la suite des calculs*

**Dans chaque cas, calculer la valeur de $x$ du produit en croix :**

| | | |
|---|---|---|
| $\dfrac{x}{1,5} = \dfrac{4}{5}$ | $\dfrac{8,1}{x} = \dfrac{3}{7}$ | $\dfrac{10}{9} = \dfrac{6}{x}$ |
| $x = \dfrac{1,5 \times 4}{5} = \mathbf{1,2}$ | $x = \dfrac{8,1 \times 7}{3} = \mathbf{18,9}$ | $x = \dfrac{9 \times 6}{10} = 5,4$ |

**Dans la figure ci-contre, on a :**
**(MI) et (AN) parallèles,**
**MI = 4 cm ; IL = 5 cm ; AL = 2 cm ; LN = 1,7 cm.**
**On souhaite déterminer les longueurs ML et AN.**
**Complète cette démonstration :**




On sait que :

- les points M, L et N sont alignés ;
- les points I, L et A sont alignés aussi ;
- les droites (MI) et (AN) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{ML}{LN} = \dfrac{IL}{LA} = \dfrac{MI}{AN}$

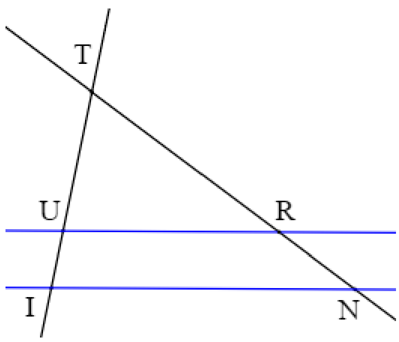
$$\frac{ML}{1,7} = \frac{5}{2} = \frac{4}{AN}$$

Donc ML $= 1,7 \times 5 \div 2 = 4,25$ cm   et   AN $= 4 \times 2 \div 5 = 1,6$ cm

Remarque : il vaut mieux faire le produit en croix avec les valeurs de l'énoncé (5 et 2) qui ne peuvent être fausses, plutôt que d'utiliser une valeur calculée entre temps.

**Dans la figure ci-contre :**
**- les droites (UI) et (RN) se coupent en T,**
**- (UR) et (IN) sont parallèles**
**- et TU = 5 cm ; UI = 2 cm et IN = 9 cm.**

**Détermine la longueur RU.**
**Donne la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.**




On sait que T, U et I sont alignés ; T, R et N également et (UR) // (IN).

D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{TU}{TI} = \dfrac{TR}{TN} = \dfrac{UR}{IN}$

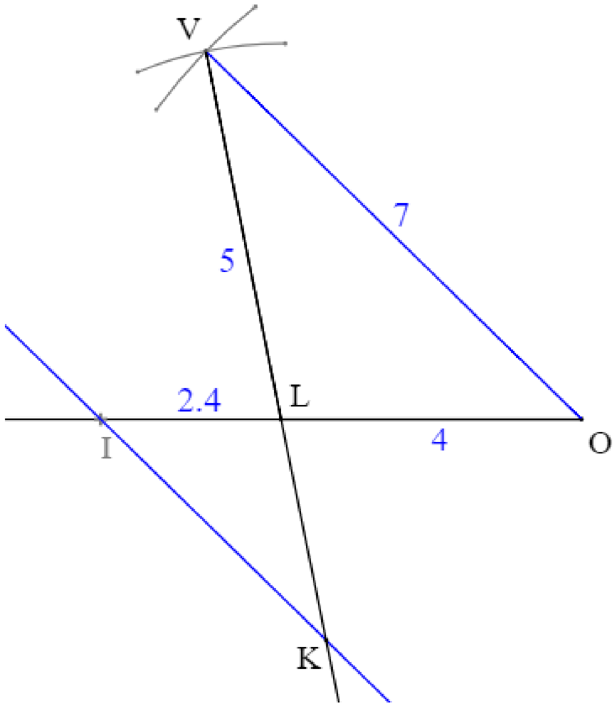
$$\frac{5}{7} = \frac{UR}{9} \quad \text{(on a } TI = TU + UI = 5 + 2 = 7cm\text{)}$$

Donc $UR = \dfrac{5 \times 9}{7} = \dfrac{45}{7} \approx \mathbf{6,4\ cm}$

1. Trace un triangle LOV tel que :
LO = 4 cm ; LV = 5 cm et OV = 7 cm.

Place I tel que I ∈ (LO), I ∉ [LO] et IL = 2,4 cm.

Trace la parallèle à (OV) passant par I ;
elle coupe (LV) en K.




2. Détermine les longueurs LK et IK par le calcul.

Les points V, L et K sont alignés, ainsi que les points I, L et O ; les droites (VO) et (IK) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{LV}{LK} = \frac{LO}{LI} = \frac{VO}{KI}$

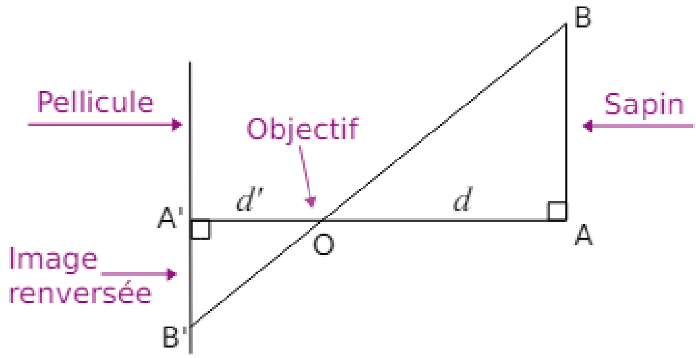
$$\frac{5}{LK} = \frac{4}{2{,}4} = \frac{7}{IK}$$

Donc $LK = 5 \times 2{,}4 \div 4 = \mathbf{3\ cm}$ et $IK = 2{,}4 \times 7 \div 4 = \mathbf{4{,}2\ cm}$.

3. Vérifie la vraisemblance de tes résultats en mesurant sur ta figure.

Voici un schéma du fonctionnement d'un appareil photographique argentique :

un objet [AB] situé à une distance $d$ de l'objectif O a une image [A'B'] située à une distance $d'$ de O.




1. Prouver que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

Les deux droites (AB) et (A'B') sont perpendiculaires à la même droite (AA') : elles sont donc parallèles.

2. Démontrer l'égalité : $\frac{d}{d'} = \frac{AB}{A'B'}$.

Les points A', O et A sont alignés. Les points B', O et B sont alignés également et (A'B') // (AB).

D'après le théorème de Thalès : $\frac{\mathrm{OA}}{\mathrm{OA'}} = \frac{\mathrm{OB}}{\mathrm{OB'}} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{A'B'}}$ d'où $\frac{d}{d'} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{A'B'}}$.

3. On utilise un certain appareil pour lequel $d' = 50\ mm$. Un sapin d'une hauteur de 12 m se trouve à 15 m de l'objectif. Quelle est la hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule ?

Conversions : $50\ mm = 5\ cm$ $12\ m = 1200\ cm$ $15\ m = 1500\ cm$

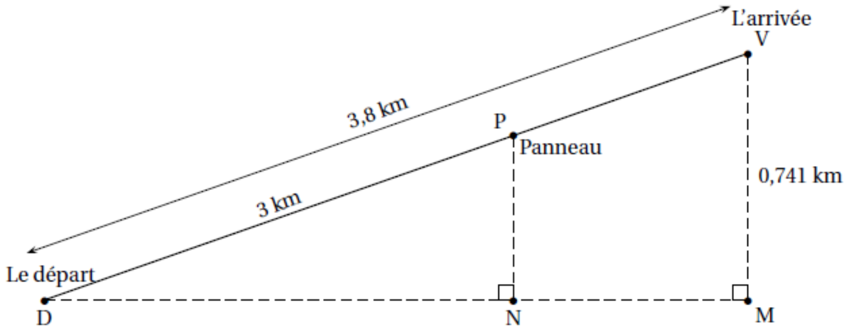
$\frac{d}{d'} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{A'B'}}$ donc $\frac{1500}{5} = \frac{1200}{\mathrm{A'B'}}$ $A'B' = 5 \times 1200 \div 1500 = 4\ cm.$

L'image sur la pellicule fait 4 cm.

## Questions de brevet.

1. À quelques kilomètres au nord du village de Hienghène, se trouve une des plus belles randonnées de Nouvelle-Calédonie appelée « les roches de la Ouaïème ».
On considère que le sentier a une pente rectiligne.
On a schématisé le parcours [DV] de la randonnée par la figure ci-dessous :

Les points D, N et M sont alignés




Fabienne s'est engagée sur ce parcours en partant du point D.
Au bout de 2 heures, elle arrive au panneau P indiquant qu'elle a déjà parcouru 3 km.

a. Justifier que les droites (PN) et (VM) sont parallèles.

Les deux droites (PN) et (VM) sont perpendiculaires à la même droite (DM) : elles sont donc parallèles.

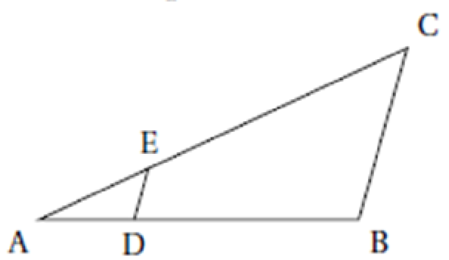
b. Déterminer à quelle altitude PN se trouve Fabienne lorsqu'elle se situe au panneau P.

Les points D, N et M sont alignés. Les points D, P et V sont alignés également.

Nous avons vu que les droites (PN) et (VM) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{DN}{DM} = \frac{DP}{DV} = \frac{NP}{MV}$ d'où $\frac{3}{3{,}8} = \frac{NP}{0{,}741}$.

Avec un produit en croix : NP = 3 × 0,741 : 3,8 = 0,585 km soit 585 m.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **2.** On considère la figure ci-dessous :<br><br><br>On précise que :<br>• (DE) et (BC) sont parallèles;<br>• E est un point de [AC];<br>• D est un point de [AB];<br>• AE = 2 cm, EC = 5 cm, ED = 3 cm.<br>Quelle est la longueur BC? | 7,5 cm | 6 cm | 10,5 cm |

## Pour aller plus loin.

Sur le site de Pass Education, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

| | |
|---|---|
| **Séquence complète** | Théorème de Thalès Calcul de longueur |
| **Exercices type Brevet** | Brevet 1 Brevet 3 Brevet 7 Brevet 11 Brevet 15 |

**Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :**

- Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Calculer des longueurs - PDF à imprimer

**Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge**

- Calculer une longueur avec le théorème de Thalès - 3ème - Brevet des collèges avec Mon Pass Maths

**Découvrez d'autres exercices en : 3ème Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Calculer des longu**

- Calcul de longueur – 3ème – Exercices avec les corrigés sur le théorème de Thalès

**Besoin d'approfondir en : 3ème Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Calculer des longueurs**

- Cours 3ème Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Calculer des longueurs
- Evaluations 3ème Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Calculer des longueurs
- Séquence / Fiche de prep 3ème Mathématiques : Géométrie Théorème de Thalès Calculer des longueurs