Développer et réduire une expression littérale





Correction

Prérequis:

- ► Une **expression littérale** est une suite d'un ou plusieurs calculs contenant au moins une lettre.
- ► Règles d'écriture :

On peut supprimer le signe × lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse :

$$3 \times x = x \times 3 = 3x$$

Cas particulier : $1 \times x = 1x = x$

Notation : $x \times x = x^2$

à ne pas confondre avec 2x: si x = 3, $x^2 = 3^2 = 3 \times 3 = 9 \neq 2x = 2 \times 3 = 6$

Simplifier une expression littérale sans parenthèses.

Méthode pour simplifier une expression littérale sans parenthèses

Etape (1): je simplifie les multiplications :

Multiplier plusieurs facteurs peut se faire dans n'importe quel ordre :

Exemples: $3x \times 5 = 3 \times x \times 5 = 3 \times 5 \times x = 15 \times x = 15x$

 $3x \times 2x = 3 \times x \times 2 \times x = 3 \times 2 \times x \times x = 6 \times x^2 = 6x^2$

 $2a \times 5b = 2 \times a \times 5 \times b = 2 \times 5 \times a \times b = 10 \times a \times b = 10ab$

Etape ②: je simplifie si possible les additions / soustractions:

On peut ajouter ou soustraire les termes qui ont <u>la même partie littérale</u> : les x ensemble, les a ensemble, les a ensemble, ... On dit que l'on réduit.

Exemples:

3a+5-7a+2=3a+5-7a+2=-4a+7 mais 3x+3-5a+5=1t+5t=6t 2a+5=1

 $\begin{array}{c}
2+3y \\
5x+3x^2 \\
2a+5b
\end{array}$ ne se réduisent pas.

Colorie la/les égalités qui sont justes :

$$5x - 8x = -3x$$

$$5 + 3 \times t = 8t$$

$$5a - 3a = a^2$$

$$3x + 2 + 4x = 9x$$

$$y \times 4y = 5y$$

$$4y - y = 3y$$

$$7x^2 - 3x = 4x$$

$$2x \times 5x = 10x^2$$

Simplifier et réduire si possible les expressions suivantes :

$$a \times a = a^2$$
 $b \times 2 = 2b$ $2c \times 7 = 14c$ $3d \times 4d = 12d^2$ $5e^2 \times (-3) = -15e^2$ $f \times 3f^2 = 3f^3$ $2g \times 7h = 14gh$ $4 \times i + 1 = 4i + 1$ $-2j - 5j = -7j$ $5k^2 - 1k^2 = 4k^2$ $7l^2 - 3l^2 = 4l^2$ $5m + 2m^2 = \text{(impossible à réduire)}$ $2q \times 5q - 3q = 10q^2 - 3q = 19n$

Développer une expression littérale avec des parenthèses avec la distributivité.

Méthode pour développer une expression littérale avec la simple distributivité.

Appliquer la distributivité, ou <u>développer</u>, c'est transformer un produit **en une addition ou une soustraction.**

Simple distributivité : $\mathbf{k} \times (\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \mathbf{k} \times \mathbf{a} + \mathbf{k} \times \mathbf{b}$ et $\mathbf{k} \times (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = \mathbf{k} \times \mathbf{a} - \mathbf{k} \times \mathbf{b}$

Etape ① : je repère un cas de simple distributivité, de la forme : $k \times (a+b)$; k(a+b) ; $(a+b) \times k$; $k \times (a-b)$; k(a-b) ; $(a-b) \times k$

Etape 2 : **je distribue** le facteur k dans chacun des termes de la parenthèse. Je peux illustrer cette étape par des flèches.

Etape ③ : je simplifie cette expression littérale sans parenthèses, en effectuant les multiplications puis en réduisant si possible.

Exemples :

1 je repère

2 je distribue

3 je simplifie

Produit avec parenthèses

Somme/différence sans parenthèses

Colorie la/les expressions où tu repères une simple distributivité :

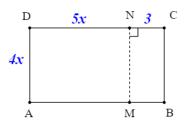
5x + (2x + 3) $5 \times t - 2$ $3 \times (a - 7)$ (2y - 6) - 4

 $4z(2z+8) 5 \times (3b \times 2) (5c-3) \times 6 (-3) \times (x+7)$

Exprime l'aire du rectangle ABCD sous la forme d'un produit avec des parenthèses : $A_{ABCD} = l \times L = AD \times DC = 4x \times (5x + 3)$

Exprime l'aire de ABCD comme une somme de deux aires :

$$A_{ABCD} = A_{AMND} + A_{BCNM} = 4x \times 5x + 4x \times 3 = 20x^2 + 12x$$



Compare les deux expressions obtenues :

La seconde est la forme développée de la première, par simple distributivité :

$$4x \times (5x + 3) = 4x \times 5x + 4x \times 3 = 20x^2 + 12x$$

Développe puis simplifie les expressions suivantes :

$$A = 3 \times (a + 7)$$

$$A = 3 \times a + 3 \times 7$$

$$A = 3a + 21$$

$$D = (3d - 5) \times d$$

$$D = d \times 3d - d \times 5$$

$$D = 3d^2 - 5d$$

$$B = 4(b-1) + 6$$

$$B = 4 \times b - 4 \times 1 + 6$$

 $B = 4b - 4 + 6$

$$B=4b+2$$

$$E = 5e(2 - 3e)$$

$$E = 5e \times 2 - 5e \times 3e$$

$$E = 10e - 15e^2$$

$$C = -2(c+8)$$

$$C = -2 \times c + (-2) \times 8$$

$$C = -2c - 16$$

$$F = 7f + 3f(4f - 2)$$

$$F = 7f + 3f \times 4f - 3f \times 2$$

$$F = 7f + 12f^2 - 6f$$

$$F = 12f^2 + f$$

Méthode pour développer une expression littérale avec la double distributivité.

Double distributivité :

$$(a+b)\times(c+d) = a\times c + a\times d + b\times c + b\times d$$

Etape ① : je repère un cas de double distributivité (le produit de deux parenthèses) :

$$(a+b) \times (c+d)$$
; $(a+b) \times (c-d)$; $(a-b) \times (c+d)$; $(-a+b)(c+d)$; ...

Etape ② : **je distribue** tour à tour chaque facteur de la première parenthèse dans chacun des termes de la seconde parenthèse.

Attention à l'ordre... il est raisonnable de toujours procéder dans le même ordre.

Etape ③: je simplifie cette nouvelle expression littérale sans parenthèses, en effectuant les multiplications puis en réduisant.

Exemples:
$$(4t+3) \times (t+5) = 4t \times t + 4t \times 5 + 3 \times t + 3 \times 5$$

= $4t^2 + 20t + 3t + 15 = 4t^2 + 23t + 15$
on réduit

$$(2u-1)(4u+3) = 2u \times 4u + 2u \times 3 + (-1) \times 4u + (-1) \times 3$$

= $8u^2 + 6u - 4u - 3 = 8u^2 + 2u - 3$

Colorie le/les cas où tu repères une double distributivité :

$$(4x-5)(2x+3)$$

$$2x + 5(x + 6)$$

$$(2x+7)+(x-1)$$

$$(10x-7)^2$$

$$(2x-3)-(x-5)$$

$$(x-4)\times(3x-5)$$

$$(3 \times x) \times (2x + 7)$$

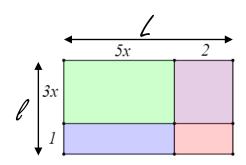
$$(3x-5)\times x-3$$

A partir du rectangle ci-contre, complète :

Aire =
$$\ell \times \ell = (5x + 2) \times (3x + 1)$$



$$= 5x \times 3x + 5x \times 1 + 2 \times 3x + 2 \times 1$$



(3) je simplifie

$$= 15x^2 + 5x + 6x + 2$$

et réduis

$$= 15x^2 + 11x + 2$$

Développe et réduis les expressions suivantes grâce à la double distributivité :

$$A = (5x + 1)(3x + 2)$$

$$A = 5x \times 3x + 5x \times 2 + 1 \times 3x + 1 \times 2$$

$$A = 15x^2 + 10x + 3x + 2 = 15x^2 + 13x + 2$$

$$B = (x-7)(2x+8)$$

$$B = x \times 2x + x \times 8 + (-7) \times 2x + (-7) \times 8$$

$$B = 2x^2 + 8x - 14x - 56 = 2x^2 - 6x - 56$$

$$C = (4x - 5)^2 = (4x - 5) \times (4x - 5)$$

$$C = 4x \times 4x + 4x \times (-5) + (-5) \times 4x + (-5) \times (-5)$$

$$C = 16x^2 - 20x - 20x + 25 = 16x^2 - 40x + 25$$

$$D = (-2 - 3x)(-5x + 6)$$

$$D = (-2) \times (-5x) + (-2) \times 6 + (-3x) \times (-5x) + (-3x) \times 6$$

$$D = 10x - 12 + 15x^2 - 18x = -8x - 12 + 15x^2$$

Méthode pour supprimer des parenthèses précédées d'un signe.

Cas 1: Des parenthèses précédées d'un « + » ou au début d'une expression, sans distributivité, peuvent être supprimées.

Exemple:
$$(4x+3)+(x-5)=4x+3+x-5=5x-2$$

Cas (2): Quand des parenthèses sont précédées d'un « – », on peut supprimer les parenthèses et le symbole « – » en changeant les signes des termes à l'intérieur des parenthèses.

Exemple:
$$4y - (-5 + y) = 4y + 5 - y = 3y + 5$$

■ Cas ③: Quand une distributivité (simple ou double) est précédée d'un « - », on effectue d'abord la distributivité en conservant les parenthèses, puis on applique la règle de suppression des parenthèses précédées d'un « — ».

Exemples:
$$4x - (x - 3) \times 5 = 4x - (5 \times x - 5 \times 3)$$

 $= 4x - (5x - 15)$
 $= 4x - 5x + 15$
 $= -x + 15$
 $6x^2 - (x - 3)(4x - 1) = 6x^2 - [x \times 4x + x \times (-1) + (-3) \times 4x + (-3) \times (-1)]$
 $= 6x^2 - [4x^2 - x - 12x + 3]$
 $= 6x^2 - [4x^2 - 13x + 3]$
 $= 6x^2 - 4x^2 + 13x - 3$
 $= 2x^2 + 13x - 3$

Supprime les parenthèses et réduis les expressions suivantes :

$$A = 6x + (3 - 4x) \qquad B = (5x - 3) - (4x + 7) + (x + 1) \qquad C = 8 - (-5x - 3) + 4x$$

$$A = 6x + 3 - 4x \qquad B = 5x - 3 - 4x - 7 + x + 1 \qquad C = 8 + 5x + 3 + 4x$$

$$A = 2x + 3 \qquad B = 2x - 9 \qquad C = 9x + 11$$

$$D = (2x - 7) - (x + 9) \times 5 \qquad E = (x^2 - 5) - (x + 8)(-3x + 1)$$

$$D = 2x - 7 - (5 \times x + 5 \times 9) \qquad E = x^2 - 5 - [x \times (-3x) + x \times 1 + 8 \times (-3x) + 8 \times 1]$$

$$D = 2x - 7 - (5x + 45) \qquad E = x^2 - 5 - [-3x^2 + x - 24x + 8]$$

$$D = 2x - 7 - 5x - 45 \qquad E = x^2 - 5 - [-3x^2 - 23x + 8]$$

$$E = x^2 - 5 + 3x^2 + 23x - 8$$

$$E = 4x^2 + 23x - 13$$

Pour chaque expression, identifie la ou les méthode(s) permettant de supprimer les parenthèses en indiquant le numéro :

Méthodes :

- 1 parenthèses « inutiles », à enlever
- ② parenthèses précédées d'un «-»→ changement des signes
- 3 simple distributivité
- 4 double distributivité

A = (4x - 5) - (3 - 7x)	① et ②
B = (5x + 1) + (2 - 3x)	1
C = (2x - 9)(x + 7)	4
D = 5x - 3(2x + 5)	3
$E = (x-3)^2 + (5x+4)$	4 et 1
$F = 2x(x-5) - (2x-3) \times 4$	3 et 2

Développe et réduis chacune des expressions de l'exercice précédent :

$$A = (4x - 5) - (3 - 7x)$$

$$A = 4x - 5 - 3 + 7x$$

$$A = 11x - 8$$

$$B = (5x + 1) + (2 - 3x)$$

$$B = 5x + 1 + 2 - 3x$$

$$B = 2x + 3$$

$$C = (2x - 9)(x + 7)$$

$$C = 2x \times x + 2x \times 7 + (-9) \times x + (-9) \times 7$$

$$C = 2x^2 + 14x - 9x - 63$$

$$C = 2x^2 + 5x - 63$$

$$D = 5x \div 3(2x + 5)$$

$$D = 5x + (-3) \times 2x + (-3) \times 5$$

$$D = 5x - 6x - 15$$

$$D = -x - 15$$

$$E = (x-3)^2 + (5x+4) = (x-3) \times (x-3) + (5x+4)$$

$$E = x \times x + x \times (-3) + (-3) \times x + (-3) \times (-3) + 5x + 4$$

$$E = x^2 - 3x - 3x + 9 + 5x + 4$$

$$E = x^2 - x + 13$$

$$F = 2x(x - 5) - (2x - 3) \times 4$$

$$F = 2x \times x - 2x \times 5 - (2x \times 4 - 3 \times 4)$$

$$F = 2x^2 - 10x - (8x - 12)$$

$$F = 2x^2 - 10x - 8x + 12$$

$$F = 2x^2 - 18x + 12$$

- 1. Indiquer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
- « Pour tout nombre x, l'égalité suivante est vraie : $(x + 8)(2x 1) = 2x^2 (8 15x)$. »

Vrai:

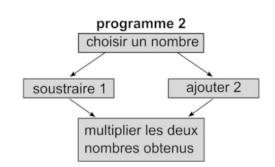
 $(x+8)(2x-1) \rightarrow II$ s'agit d'une double distributivité, je distribue : = $x \times 2x + x \times (-1) + 8 \times 2x + 8 \times (-1) \rightarrow je$ simplifie : = $2x^2 - x + 16x - 8 = 2x^2 + 15x - 8$

et

 $2x^2 - (8 - 15x) \rightarrow II$ s'agit d'une suppression de parenthèses précédées d'un « - ». = $2x^2 - 8 + 15x$

2. Voici deux programmes de calculs :





- a. Vérifier que si on choisit 5 comme nombre de départ,
- le résultat du programme 1 vaut 16 ;
- le résultat du programme 2 vaut 28.

Programme 1:5 \to 5 \times 3 = 15 \to 15 + 1 = 16

Programme 2: à gauche: 5-1=4 à la fin: $4 \times 7=28$

à droite : 5 + 2 = 7

On appelle A(x) le résultat du programme 1 en fonction du nombre x choisi au départ, et B(x) le résultat du programme 2 en fonction du nombre x choisi au départ.

- b. Exprimer A(x) en fonction de x. $A(x) = x \times 3 + 1 = 3x + 1$
- c. Exprimer B(x) en fonction de x; développer et réduire l'expression.

$$B(x) = (x-1)(x+2) = x \times x + x \times 2 + (-1) \times x + (-1) \times 2 = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 + x - 2$$

d. Montrer que B(x) - A(x) = (x + 1)(x - 3).

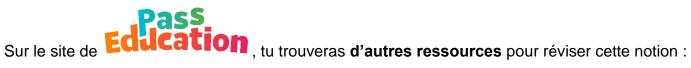
Pour comparer ces deux expressions littérales, on peut les développer :

$$B(x) - A(x) = x^2 + x - 2 - (3x + 1)$$

 \rightarrow Il s'agit d'une suppression de parenthèses
$$= x^2 + x - 2 - 3x - 1 = x^2 - 2x - 3$$
 $(x + 1)(x - 3)$
 \rightarrow Il s'agit d'une double distributivité
$$= x \times x + x \times (-3) + 1 \times x + 1 \times (-3)$$

$$= x^2 - 3x + x - 3 = x^2 - 2x - 3$$

Quelle que soit la valeur de x, on a bien B(x) - A(x) = (x + 1)(x - 3).



Séquence complète	Développer et réduire une		
Exercices type Brevet	Brevet 2	Brevet 4	O Brevet 6
	Brevet 8	O Brevet 10	Ostania (Proposition of the Control



Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

• Exercices 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

• Développer et réduire une expression littérale - 3ème - Brevet des collèges avec Mon Pass Maths

Découvrez d'autres exercices en : 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral

- Développer à l'aide d'une identité remarquable 3ème Brevet des collèges avec Mon Pass Maths
- Factoriser à l'aide d'une identité remarquable 3ème Brevet des collèges avec Mon Pass Maths
- Synthèse calcul littéral 3ème Exercices avec les corrigés
- Factoriser avec une identité remarquable 3ème Exercices avec les corrigés
- Développer à l'aide d'une identité remarquable 3ème Exercices avec les corrigés

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Développement Réduction PDF à imprimer
- Exercices 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Synthèse calcul littéral PDF à imprimer
 - Exercices 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral Factorisation PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral

- Cours 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral
- Evaluations 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral
- Vidéos pédagogiques 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral
- Vidéos interactives 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral
- <u>Séquence / Fiche de prep 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral</u>