Applications - Correction

Exercice 01 :

On considère le plan P d'équation suivante :

$$(m^2+1)x + my + (m-1)z + m = 0 \text{ ou } m \text{ est un réel}$$

Et le plan P' d'équation suivante :

$$x - y - 3z + 7 = 0$$

1. Déterminer l'ensemble des réels m tels que P et P' soient parallèles.

Deux plans sont parallèles si, et seulement si, un vecteur normal de l'un est colinéaire à un vecteur normal de l'autre.

P a pour vecteur normal le vecteur $\vec{n}\big((m^2+1)\ ;\ m\ ; (m-1)\big)$

P' a pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n'}(1\ ;\ -1\ ; -3)$

$\vec{n} = k\overrightarrow{n'}$ c'està dire tel que $\begin{cases} m^2+1 = 1 \text{ X } k \\ m = -1 \text{ X } k \\ m-1 = -3 \text{ X } k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -k \\ m^2+1 = -m \\ m-1 = 3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -k & (1) \\ m^2+m+1 = 0 & (2) \\ m = -\dfrac{1}{2} & (3) \end{cases}$

Si ce système a un couple solution, ce ne peut être que :

$$\begin{cases} m = -\dfrac{1}{2} \\ k = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

D'après les équations (1) et (3). Mais cette valeur de m ne convient pas pour l'équation (2).

On ne peut donc pas trouver de valeur pour m de sorte que P et P' soient parallèles.

2. Déterminer l'ensemble des points m tels que les plans P et P' soient perpendiculaires. Caractériser alors leur droite d'intersection.

Deux plans sont perpendiculaires si, et seulement si, un vecteur normal à l'un est orthogonal à un vecteur normal à l'autre.

Ici on cherche donc m tel que $\vec{n}.\overrightarrow{n'} = 0$ c'est-à-dire :

$(m^2+1) \text{ X } 1 + m \text{ X } (-1) + (m-1) \text{ X } (-3) = 0$

Ce qui équivaut à :

$m^2 - 4m + 4 = 0$

Cette équation s'écrit $(m-2)^2 = 0$ elle a 2 comme unique solution.

P et P' sont perpendiculaires si, et seulement si, $m = 2$

Puisque P et P' sont perpendiculaires, ils sont sécants selon une droite.

Cette droite est caractérisée par un point et un vecteur directeur.

Un point $\mathrm{M}(x\,;y\,;z)$ appartient à P et à P' si, et seulement si :

$$\begin{cases} 5x + 2y + z + 2 = 0 \\ x - y - 3z + 1 = 0 \end{cases}$$

On prend une valeur pour z (de façon arbitraire) et on résout le système ou *x* et *y* sont des inconnues.

Exemple pour $z = 5$, on obtient le système :

$\begin{cases} 5x + 2y = -7 \\ x - y = 14 \end{cases}$ Donc le point $\mathrm{A}(3\,;\,-11; 5)$ appartient à $\mathrm{P} \cap \mathrm{P}'$

Exemple pour $z = -2$, on obtient le système :

$\begin{cases} 5x + 2y = 0 \\ x - y = -7 \end{cases}$ Donc le point $\mathrm{B}(-2\,;\,5\,;-2)$ appartient à $\mathrm{P} \cap \mathrm{P}'$

Les plans P et P' se coupent selon la droite qui passe par le point $\mathrm{A}(3\,;\,-11; 5)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}(-5\,;\,16\,;-7)$

<u>Exercice 02 :</u>

Démontrer que si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan, alors elle est orthogonale à toute droite de ce plan.

Soient D_1 et D_2 deux droites sécantes du plan P et soit la droite D telle que D soit orthogonale à D_1 et à D_2.

On note :

$\vec{u}, \overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}$ les vecteurs directeurs de $\mathrm{D}, \mathrm{D}_1, \mathrm{D}_2$

On a :

$\vec{u}.\overrightarrow{u_1} = 0$ et $\vec{u}.\overrightarrow{u_2} = 0$

Soit Δ une droite de P, on note $\vec{v}$ un vecteur directeur de Δ

Il existe deux réels λ et α tels que $\vec{v} = \lambda\overrightarrow{u_1} + \alpha\overrightarrow{u_2}$

On a alors : $\vec{u}.\vec{v} = \lambda(\vec{u}.\overrightarrow{u_1}) + \alpha(\vec{u}.\overrightarrow{u_2}) = 0$

Donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux. Il en est de même des droites D et Δ.

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Exercices Terminale Mathématiques : Géométrie Produit scalaire Application du produit scalaire - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- Produit scalaire - Terminale - Exercices corrigés - Application

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Exercices Terminale Mathématiques : Géométrie Produit scalaire Produit scalaire de 2 vecteurs - PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : Terminale Mathématiques : Géométrie Produit scalaire Application du produit scal

- Cours Terminale Mathématiques : Géométrie Produit scalaire Application du produit scalaire