Synthèse sur le théorème de Pythagore et la trigonométrie

Evaluation

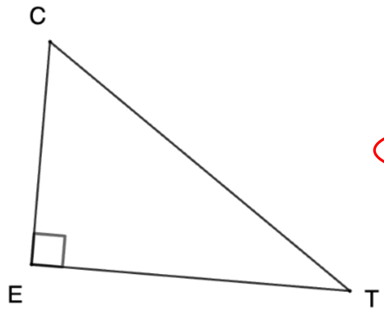
Correction

Evaluation des compétences	**A**	**EA**	**NA**
Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore.			
Savoir calculer une longueur avec la trigonométrie.			
Savoir calculer une longueur avec le théorème de Pythagore.			
Savoir calculer un angle avec la trigonométrie.			
Savoir formaliser un raisonnement.			

1 La trigonométrie et le théorème de Pythagore servent tous les deux à retrouver la longueur d'un segment. Donne le postulat commun à ces deux outils mathématiques et explique quand utilise-t-on la trigonométrie plutôt que le théorème de Pythagore.

Postulat : pour utiliser la trigonométrie et le théorème de Pythagore il faut se placer dans un triangle rectangle.
Utilisation : la trigonométrie s'utilise quand on connaît la mesure d'un angle et la longueur d'un côté d'un triangle rectangle alors que le théorème de Pythagore s'utilise quand on connaît la longueur de deux côtés d'un triangle rectangle.

2 Entoure le calcul permettant de calculer la longueur EC.



$$\mathbf{EC^2 = CT^2 + ET^2}$$

$$\mathbf{EC = \sin(T) \times CT}$$

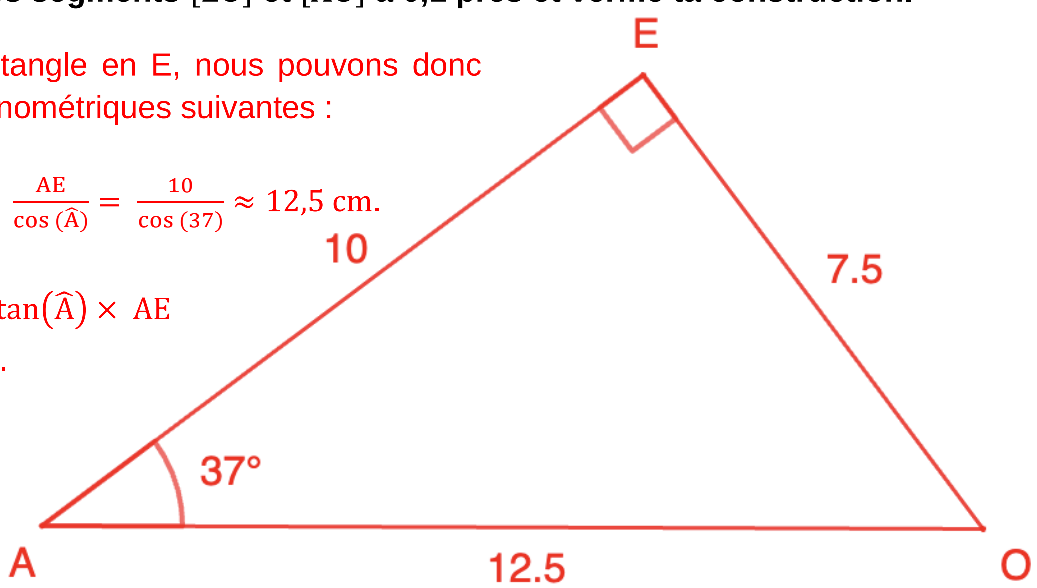
$$\mathbf{EC = \frac{\cos(C)}{CT}}$$

3 Construis le triangle AEO rectangle en E, tel que : AE = 10 et $\widehat{A} = 37°$. Retrouve par le calcul les longueurs des segments $[EO]$ et $[AO]$ à 0,1 près et vérifie ta construction.

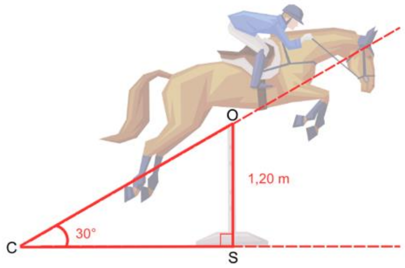
Le triangle AEO est rectangle en E, nous pouvons donc utiliser les formules trigonométriques suivantes :

• $\cos(\widehat{A}) = \frac{AE}{AO}$ d'où $AO = \frac{AE}{\cos(\widehat{A})} = \frac{10}{\cos(37)} \approx 12{,}5$ cm.

• $\tan(\widehat{A}) = \frac{EO}{AE}$ d'où $EO = \tan(\widehat{A}) \times AE$
$= \tan(37) \times 10 \approx 7{,}5$ cm.



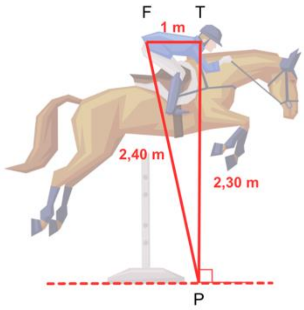
4 **Pour le championnat de France d'équitation, Lisa s'entraîne au saut d'obstacles avec son cheval Tennessee. Pour un saut optimal, l'angle formé par l'horizontale (CS) et la droite formée par le haut de l'obstacle (noté O) et la position de la dernière foulée de Tennessee (noté C), doit être de 30°. On considère que l'obstacle est perpendiculaire au sol.**



1. Lors de la reconnaissance du parcours d'obstacle, Lisa doit évaluer la distance à laquelle Tennessee doit prendre son impulsion avant l'obstacle d'1,20 mètre. Aide-la à retrouver la longueur du segment $[CS]$ arrondie au mètre près.

Le triangle CSO est rectangle en S et nous connaissons OS = 1,20 m et $\widehat{OCS} = 30°$. Nous pouvons utiliser le rapport trigonométrique suivant : $\tan(\widehat{OCS}) = \frac{OS}{CS}$ d'où $CS = \frac{OS}{\tan(\widehat{OCS})} = \frac{1,2}{\tan(30)} \approx 2 \text{ m}$.

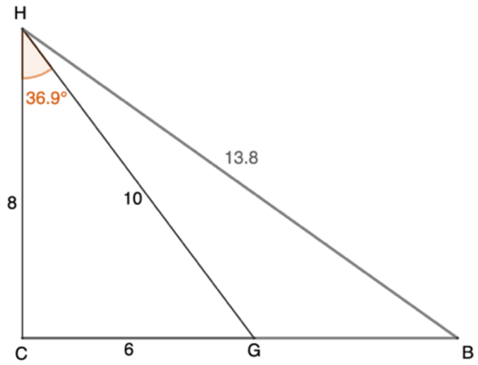
2. Lisa sait également que, pour ne pas gêner Tennessee lors de son saut, il faut que son dos soit le plus horizontal possible lors du survol de l'obstacle. Lors de l'entraînement, son entraîneur la filme pour prendre les mesures indiquées sur le schéma ci-contre. Le dos de Lisa est-il parfaitement horizontal ? Si non, que doit-elle faire pour améliorer sa position ?



Le segment $[TP]$ est perpendiculaire au sol donc, pour que le dos soit horizontal, il faut que $[FT]$ soit également perpendiculaire à $[PT]$.
Dans le triangle FTP nous avons d'une part pour le plus grand côté: $FP^2 = 2,4^2 = 5,76$ et d'autre part $FT^2 + TP^2 = 1^2 + 2,3^2 = 6,29$.

D'après la contraposée du théorème de Pythagore, puisque $FP^2 \neq FT^2 + TP^2$ et que [FP] est le plus grand côté, alors le triangle FTP n'est pas rectangle.
La position de Lisa n'est pas parfaite : pour que le triangle soit rectangle il faudrait que la longueur FP soit plus grande. Il faut donc que Lisa fléchisse moins les jambes.

5 **Lors de son évaluation de géométrie, Yann devait tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{BHC}$. Vérifie, par le calcul, si la bissectrice est correctement tracée. Rappel : une bissectrice coupe un angle en deux angles égaux.**



On cherche à savoir si le segment HG est bien la bissectrice de l'angle $\widehat{BHC}$. On doit donc vérifier si $\widehat{BHG} = \widehat{GHC}$.

• Dans un premier temps on vérifie que le triangle BHC (et donc GHC) est bien rectangle pour pouvoir utiliser la trigonométrie :

Dans le triangle GHC nous avons d'une part pour le plus grand côté :
$\mathbf{GH^2 = 10^2 = 100}$ et d'autre part $\mathbf{GC^2 + CH^2 = 6^2 + 8^2 = 100}$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle GHC est rectangle en C. Par extension, le triangle BHC est aussi rectangle en C.
• Dans le triangle BHC rectangle en C on connaît CH = 8 et BH = 13,8.

Nous pouvons donc utiliser le rapport trigonométrique suivant : $\mathbf{cos(\widehat{BHC}) = \frac{CH}{BH} = \frac{8}{13{,}8}}$.

D'où $\mathbf{\widehat{BHC} = cos^{-1}\left(\frac{8}{13{,}8}\right) \approx 54,6°}$.

• $\mathbf{\widehat{BHG} = \widehat{BHC} - \widehat{GHC} = 54,6 - 36,9 = 17,7°}$. On remarque que $\mathbf{\widehat{BHG} \neq \widehat{GHC}}$ donc $[\mathbf{GH}]$ n'est pas la bissectrice de l'angle $\mathbf{\widehat{BHC}}$.

PassEducation

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- Evaluations 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythagore et sa réciproque - PDF à imprimer

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cette évaluation avec un énoncé vierge

- Synthèse sur le théorème de Pythagore et la trigonométrie – 3ème – Evaluation avec la correction

Découvrez d'autres évaluations en : 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pytha

- Réciproque et contraposée du théorème de Pythagore – 3ème – Evaluation avec la correction

Les évaluations des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- Evaluations 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Le triangle - PDF à imprimer
- Evaluations 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Thalès et sa réciproque - PDF à imprimer

Besoin d'approfondir en : 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythagore et sa r

- Cours 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythagore et sa réciproque
- Exercices 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythagore et sa réciproque
- Séquence / Fiche de prep 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythagore et sa réciproque
- Cartes mentales 3ème Mathématiques : Géométrie Géométrie plane Théorème de Pythagore et sa réciproque