

Nombres premiers et simplification de fractions

Correction

Evaluation



Evaluation des compétences

Je sais reconnaître un nombre premier.

Je sais décomposer un nombre en un produit de facteurs premiers.

A EA NA

1. Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui ne sont pas des nombres premiers.

39

17

37

19

27

49

87

2. Donne un nombre premier à deux chiffres dont la somme des chiffres est égale à 17 : **89**

3. Donne un nombre premier compris entre 140 et 150 : **149**

2. Cet exercice est un QCM. Il n'y a qu'une seule bonne réponse par question. Entoure-la.

7 est un diviseur premier du nombre	54	45	35
140 a pour décomposition en facteurs premiers :	$7 \times 5 \times 2^2$	$4 \times 5 \times 7$	$2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 1$
Le nombre de nombres premiers compris entre 60 et 80 est :	4	5	6
Lequel de ces trois nombres est premier ?	153	149	143

3. Décompose les nombres suivants en produits de facteurs premiers.

a. $6 = 3 \times 2$

b. $16 = 2^4$

c. $45 = 3 \times 3 \times 5$

d. $62 = 2 \times 31$

e. $72 = 2^3 \times 3^2$

f. $80 = 5 \times 2^4$

g. $126 = 2 \times 3^2 \times 7$

h. $390 = 2 \times 3 \times 5 \times 13$

4. 1. 1992 et 49 302 sont-ils divisibles par 83 ? 83 est-il un nombre premier ?

Oui ils le sont car $1\ 992 = 83 \times 24$ et $49\ 302 = 83 \times 594$. De plus, 83 est premier.

2. En t'aidant de la question précédente, décompose les nombres suivants en produits de facteurs premiers.

a. $1\ 992 = 2^3 \times 3 \times 83$

b. $2\ 560 = 2^9 \times 5$

$$\begin{aligned} 1992 &= 2 \times 996 \\ &= 2 \times 2 \times 498 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 249 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 83 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\ 560 &= 2 \times 1\ 280 = 2 \times 2 \times 640 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 320 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 160 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 80 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 40 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \end{aligned}$$

c. $5\ 760 = 2^7 \times 3^2 \times 5$

$$\begin{aligned} 5760 &= 2 \times 2880 \\ &= 2 \times 2 \times 1440 \end{aligned}$$

d. $49\ 302 = 2 \times 3^3 \times 11 \times 83$

$$\begin{aligned} 49\ 302 &= 2 \times 24\ 651 \\ &= 2 \times 3 \times 8\ 217 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \times 2 \times 2 \times 720 \\
&= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 360 \\
&= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 180 \\
&= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 90 \\
&= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 45 \\
&= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 9 \\
&= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \times 3 \times 3 \times 2\,739 \\
&= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 913 \\
&= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 11 \times 83
\end{aligned}$$

3. Déduis-en les simplifications des fractions suivantes.

a. $\frac{2560}{5760}$

b. $\frac{49302}{1992}$

c. $\frac{5760}{49302}$

$$\frac{2560}{5760} = \frac{2^9 \times 5}{2^7 \times 3^2 \times 5} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{49302}{1992} = \frac{2 \times 3^3 \times 11 \times 83}{2^3 \times 3 \times 83} = \frac{99}{4}$$

$$\frac{5760}{49302} = \frac{2^7 \times 3^2 \times 5}{2 \times 3^3 \times 11 \times 83} = \frac{320}{2739}$$

5 Les nombres de Mersenne sont les nombres de la forme $2^n - 1$ où n est un nombre entier positif. Ils doivent leur nom au mathématicien français du XVII^{ème} siècle Marin Mersenne, même si Euclide les avait déjà étudiés plus de 2000 ans auparavant.

On note : $M_n = 2^n - 1$.

1. Mady pense que tous les nombres de Mersenne sont des nombres premiers. Calcule M_2 (en remplaçant n par 2 dans la formule ci-dessus) puis M_3 et M_4 . Que penses-tu de l'affirmation de Mady ?

$$M_2 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3 \text{ qui est un nombre premier.}$$

$$M_3 = 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7 \text{ qui est un nombre premier.}$$

$$M_4 = 2^4 - 1 = 16 - 1 = 15 \text{ qui n'est pas un nombre premier. Mady a donc tort.}$$

2. Inès affirme que si n est un nombre premier, alors M_n est un nombre premier.

a. M_2 et M_3 calculés à la question 1 sont-ils premiers ?

Oui on a vu que les nombres M_2 et M_3 sont premiers puisque 3 et 7 sont premiers.

b. Calcule M_5 , M_7 et M_{11} .

$$M_5 = 2^5 - 1 = 32 - 1 = 31 \text{ qui est un nombre premier.}$$

$$M_7 = 2^7 - 1 = 128 - 1 = 127 \text{ qui est un nombre premier.}$$

$$M_{11} = 2^{11} - 1 = 2\,048 - 1 = 2\,047 \text{ qui n'est pas un nombre premier car } 2\,047 = 23 \times 89.$$

c. Que penses-tu de l'affirmation d'Inès ?

Inès a donc tort puisque M_{11} n'est pas un nombre premier.

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Evaluations 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cette évaluation avec un énoncé vierge

- [Nombres premiers et simplification de fractions – 3ème – Evaluation avec la correction](#)

Besoin d'approfondir en : 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité

- [Cours 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité](#)
- [Exercices 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité](#)
- [Vidéos pédagogiques 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité](#)
- [Vidéos interactives 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité](#)
- [Séquence / Fiche de prep 3ème Mathématiques : Nombres et calculs Fractions Critères de divisibilité](#)